1. (2 балла)

Дядя Федор испек пирог и по наивности оставил его на столе без присмотра. Сначала корова Мурка съела 1/4 всего пирога, затем пришел Шарик и съел 1/3 оставшегося пирога, а потом Матроскин съел еще 1/3 остатка. Какая часть торта осталась лежать на столе?

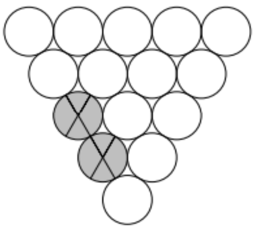
2. (2 балла)

Представьте в виде несократимой дроби выражение

$$\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{(1+2+3+4+5+6+7+8)^2}$$

3. (2 балла)

В огороде Диониса растёт виноград. К сожалению, две виноградинки сгнили (помечены крестиком на рисунке) и теперь, каждый день все виноградинки, которые касаются двух или более сгнивших ранее виноградинок, тоже гниют. Через сколько дней сгниет весь виноград?



4. (2 балла) Переходная

Если бы минутная стрелка стала ходить против часовой стрелки, то во сколько раз чаще по сравнению с обычными часами она встречалась бы с часовой?

5. (3 балла)

Если в треугольнике провести медиану к большей стороне, то разность периметров полученных маленьких треугольников будет равна 10, если провести к меньшей стороне — будет также равна 10. Чему будет равен модуль разности периметров маленьких треугольников, полученных после проведения медианы к средней стороне?

6. (3 балла)

Натуральное число n составляет меньше 9% от 2023, а $n + 1$ составляет больше 9% от 2000. Чему может быть равно n?

7. (3 балла)

Натуральные числа a и b удовлетворяют равенству $900^a = a^b$. Найдите наименьшее возможное значение a.

8. <u>(3 балла) Переходная</u>

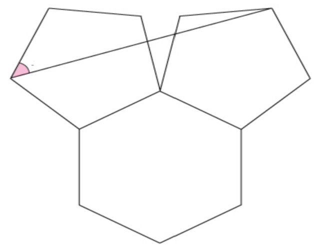
Лосяш ест лаваш на 3 минуты дольше, чем Бараш ест беляш. Лосяш ест беляш на 2 минуты быстрее, чем Бараш ест лаваш и на 1 минуту дольше, чем Бараш ест беляш. Кто из них и на сколько минут быстрее справится с запасом из 10 лавашей и 15 беляшей?

9. (4 балла)

Четыре различных натуральных числа обладают таким свойством: сумма любых трёх из них делится на оставшееся. Два числа равны 2 и 3. А чему могут быть равны два других числа?

10. (4 балла)

На рисунке изображен правильный шестиугольник и 2 правильных пятиугольника. Чему равен выделенный угол?



11. (4 балла)

На доску выписаны n натуральных чисел (не обязательно различных). Известно, что любые $n-1$ чисел можно разбить на три группы, суммы чисел в которых равны. При каких n можно утверждать, что все числа делятся на 3?

12. (4 балла) Переходная

Несколько команд сыграли однокруговой турнир по футболу. За победу давали 2 очка, за ничью 1 очко, за проигрыш 0 очков. Известно, что команда-победитель набрала 11 очков, команда на 2 месте — 7 очков, а команда на 3 месте с конца — 4 очка (в случае равенства очков у некоторых команд места определялись жребием). Сколько могло быть команд?

13. (5 баллов)

Сколькими способами можно расставить числа от 1 до 9 в клетки таблицы 3×3 так, чтобы в каждой строке сумма чисел делилась на 3 и в каждом столбце сумма чисел делилась на 3?

14. (5 баллов)

Обозначим через $[x]$ наибольшее целое число, не превосходящее x. Найдите количество натуральных $n < 1000$ таких, что $[998/n] + [999/n] + [1000/n]$ не делится на 3.

15. (5 баллов)

Четверо мальчиков собирали грибы. Оказалось, что Антон нашел столько грибов, сколько Борис нашел ПРОЦЕНТОВ от общего числа собранных грибов. Борис нашел столько грибов, сколько Василий нашел ПРОЦЕНТОВ от общего числа грибов. Василий нашел столько грибов, сколько ПРОЦЕНТОВ нашел Григорий от общего числа грибов, и, наконец, Григорий нашел столько грибов, сколько Антон нашел ПРОЦЕНТОВ от общего числа грибов. Сколько грибов нашел каждый из мальчиков?

16. (5 баллов) Переходная

Натуральное число n таково, что произведение чисел $n-1001$, $n-2001, n-2002, n-3001$, $n-3002, n-3003$ положительно. Какое наименьшее количество цифр может быть в десятичной записи этого произведения?

17. (6 баллов)

Найдите наименьшее натуральное число, которое в 101 раз больше суммы своих цифр.

18. (6 баллов)

В школе в классах 7А и 7Б учатся 24 и 27 учеников соответственно. Первого сентября все ученики этих двух классов встали в круг. Затем каждый ребенок получил столько конфеток, сколько учеников из его класса стоят сразу слева за ним. Какое наибольшее количество учеников могли получить одинаковое количество конфеток?

19. (6 баллов)

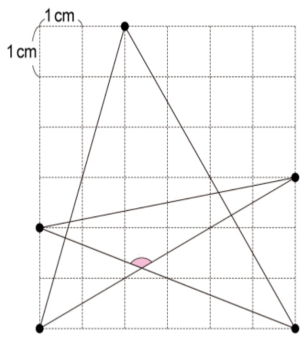
Найдите количество решений уравнения $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{2} + \frac{2023}{xy}$ в целых числах.

20. (6 баллов)

Из чисел 1, 2, … , 100 выбрали 50 различных чисел с суммой 2900. Какое наименьшее количество чётных чисел может быть среди выбранных?

21. (7 баллов)

Найдите величину выделенного угла.



22. (7 баллов)

Назовем пятизначное число $\overline{abcde}$ гористым, если $a < b > c < d > e$. Например, 37452 – гористое. Найдите количество гористых чисел.

23. (7 баллов)

Сколькими способами можно расположить на шахматной доске 31 не бьющих друг друга коней?

24. (7 баллов)

Игорь выбрал нечетное натуральное число n. Затем он нашел наименьшее нечетное натуральное число m, большее n, взаимно простое с n. После этого он нашел наименьшее нечетное натуральное число k, большее m, взаимно простое с m. Оказалось, что k не делится на 3. Найдите наименьшее возможное значение n.