

3-1. (3 балла)

Обозначим через k наименьшее общее кратное чисел 1, 2, 3, ..., 11. Пусть $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{11} = \frac{x}{k}$. Найдите остаток от деления x на 11.

3-2. (3 балла)

Каждую задачу по геометрии Пин решает за 3 минуты, а Лосяш — за 5 минут. Каждую логическую задачу Пин решает за 9 минут, а Лосяш — за 7 минут. За какое наименьшее время (в минутах) Пин и Лосяш вместе решат 9 геометрических и 5 логических задач? (Каждую задачу они решают индивидуально.)

3-3. (3 балла)

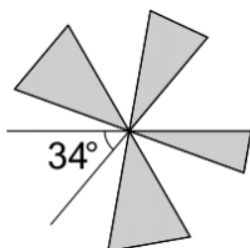
Сколькими способами можно разложить 5 монет в клетки квадрата 3×3 (в каждую клетку не более 1 монеты) так, чтобы количество монет в каждой строке и в каждом столбце было нечетным?

3-4. (3 балла)

Найдите количество решений в натуральных числах уравнения $2x + y + z = 101$.

3-5. (3 балла)

На рисунке изображены 5 прямых, пересекающиеся в одной точке. Один из получившихся углов равен 34° . Сколько градусов составляет сумма четырех углов, закрашенных серым цветом?

**3-6. (3 балла)**

Из сосуда с чистым спиртом отлили один литр и долили литр воды. Затем отлили 1 литр смеси и долили литр воды и т.д. После 5 переливаний воды в полученном растворе стало в 31 раз больше, чем спирта. Найдите вместимость сосуда.

3-7. (3 балла)

Вершины 101-угольника нужно покрасить в несколько цветов так, чтобы любые две вершины, не соединенные стороной, были разного цвета. Какое наименьшее количество цветов для этого понадобится?

3-8. (3 балла)

В классе всего 30 учеников. По итогам учебного года 25 из них получили пять по русскому языку, 22 — по математике, 18 — по географии, а еще некоторые получили пятерки по литературе. Директор школы, знавший все числа, понял, что есть ученик этого класса, получивший пятерки по всем четырем предметам. Каково наименьшее возможное количество пятерок по литературе?

4-1. (4 балла)

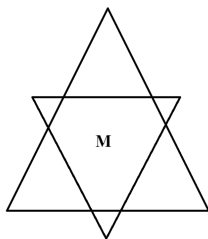
Если сложить количество зайцев и волков в лесу, то сумма будет в $\frac{5}{3}$ раза больше количества медведей и на 1 больше количества птиц. Если $\frac{7}{8}$ количества ног волков равно количеству зайцев, а сумма количества ног медведей и количество ушей зайцев в 4 раза больше, чем количество птиц, то сколько медведей в лесу?

4-2. (4 балла)

Натуральное число x таково, что $x^x = 2022^{2022^{2023}}$. Его удалось разложить в произведение n натуральных чисел, больших 1. Найдите наибольшее возможное значение n .

4-3. (4 балла)

Два правильных треугольника со сторонами 2 и 3 расположены так как на рисунке (пересекающиеся стороны образуют угол 60°). Чему может быть равен периметр многоугольника М?



4-4. (4 балла)

Даны числа $x \leq y \leq z$. Известно, что $x + y = 4$, $y + z = 7$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x + y + z$.

4-5. (4 балла)

Найдите наименьшее натуральное число, не содержащее нулей в записи, такое, что перестановкой его цифр можно получить число, делящееся на 2, можно получить число, делящееся на 3, ..., можно получить число, делящееся на 9.

4-6. (4 балла)

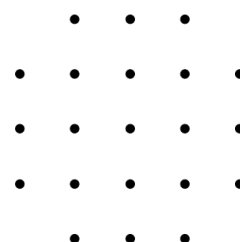
Расставьте на шахматной доске 8×8 8 коней, 4 слона и 4 ладьи так, чтобы никакие фигуры не били друг друга.

4-7. (4 балла)

В клетки квадрата 5×5 расставили натуральные числа (по одному в каждую клетку). Оказалось, что сумма чисел в каждой L -тетраминошке (фигурке из 4 клеток в виде буквы L , которую можно поворачивать и переворачивать) равна 10. Чему может быть равна сумма чисел во всем квадрате?

4-8. (4 балла)

Сколькими различными способами можно выбрать 3 отмеченные на рисунке точки так, чтобы они образовывали треугольник?



5-1. (5 баллов)

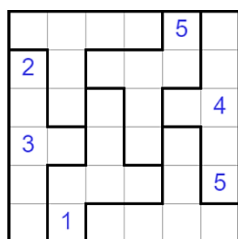
На сторонах AB и BC квадрата $ABCD$ вовне построены правильные треугольник AXB и BYC . Прямые AY и CX пересекаются в точке Z . Найдите угол XYZ .

5-2. (5 баллов)

Найдите все натуральные числа a и b такие, что $a^2 + b$ делится на $b^2 - a$ и $b^2 + a$ делится на $a^2 - b$.

5-3. (5 баллов)

Расставьте в пустые клетки числа от 1 до 6 так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и каждой выделенной фигуре из 6 клеток все числа были различными.

**5-4. (5 баллов)**

С натуральным числом каждую минуту производится такая операция: стирается последняя цифра, после чего к результату добавляется только что стертая цифра, умноженная на 3. Процесс начинается с числа 2023! и заканчивается, когда остается число, меньшее 50. Какое число получится в результате этого процесса?

5-5. (5 баллов)

Обозначим через $f(x)$ наибольшее целое число a такое, что $a^3 \leq x$. Найдите все натуральные x такие, что $f(x) + f(2x) + f(3x) = 10$.

5-6. (5 баллов)

Клетки шахматной доски 8×8 покрасили в n цветов, причем клеток каждого цвета хотя бы 3. Оказалось, что клетки каждого цвета можно обойти шахматным конем, перемещаясь только по клеткам этого цвета, и побывав в каждой клетке ровно 1 раз, в конце вернувшись в исходную клетку. Приведите пример такой раскраски для наибольшего возможного n .

5-7. (5 баллов)

В классе 16 человек. Известно, что 8 из них мальчики. Каждый день, какие-то 8 учеников назначаются дежурными. Известно, что девочек среди дежурных всегда меньше 4. Какое максимальное число дней команда дежурных может не повторяться?

5-8. (5 баллов)

На доске написаны натуральные числа $a < b$. Каждую минуту, если на доске написаны числа $x > y$, то одно из них можно заменяется на $x^2y - y^2x - y$. Через несколько минут (хотя бы две) оказалось, что сумма чисел на доске является простым числом. Чему оно может быть равно?