

Крестики – нолики. 7 класс.

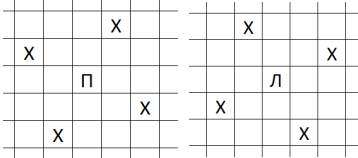
Строка А

- A1.** Периметр квадрата площади 1 увеличили на 40%, затем периметр полученного квадрата уменьшили на 40%. Чему равна площадь полученного квадрата? Ответ необходимо дать в виде дроби (например, $2\frac{1}{5}$ или $\frac{3}{7}$).
- A2.** В саду растут 6 яблонь, на каждой из них растет некоторое количество яблок, причем данные 6 чисел образуют арифметическую прогрессию. Оказалось, что на яблоне с наименьшим числом яблок в два раза меньше яблок, чем на яблоне с наибольшим числом яблок. Известно, что всего яблок в саду 990. Сколько яблок растет на яблоне с наибольшим числом яблок?
- A3.** Найдите количество различных чисел среди $1, 2, 3, \dots, 2023, 1^2, 2^2, 3^2, \dots, 2023^2, 1^4, 2^4, 3^4, \dots, 2023^4$.
- A4.** В вершинах квадрата записаны четыре двузначных числа. Сумма чисел на верхней стороне в 4 раза больше, чем на нижней, а сумма чисел на левой стороне в 5 раз больше, чем на правой. Найдите числа в вершинах.
- A5.** Саша посчитал среднее арифметическое пяти последовательных натуральных чисел, первое из которых равно 2023. В результате он получил число b . Дима посчитал среднее арифметическое пяти последовательных натуральных чисел, первое из которых равно b . Что у него получилось в итоге?

Строка В

- B1.** Стороны многоугольника идут по линиям сетки. В нем провели три диагонали, которые не имеют общих точек и проходят внутри многоугольника. Они разбили многоугольник на 11-угольник, 12-угольник, 13-угольник и 14-угольник. Сколько вершин могло быть в исходном многоугольнике?
- B2.** Андрей купил несколько пачек печенья «Юбилейное» и «Земляничное». Известно, что если бы Андрей купил в два раза больше «Юбилейного», то общее число печенек было бы равно 220. А если бы Андрей купил в два раза больше «Земляничного», то общее число печенек было бы равно 200. Количество печенек в пачке «Юбилейного» больше количества печенек в пачке «Земляничного», а количество купленных пачек «Юбилейного» больше, чем количество купленных пачек «Земляничного». В каждой пачке больше 10 печенек. Сколько пачек каждого вида купил Андрей и сколько печенек в пачках «Юбилейного» и «Земляничного»?
- B3.** Сумма 4 целых чисел равна 7. При этом сумма любых трех из них является простым числом. Чему может быть равно произведение этих чисел?
- B4.** Сколькими способами можно раскрасить клетки прямоугольника 2×5 в 5 цветов так, чтобы в каждой строчке и в каждом столбце все клетки были разного цвета?
- B5.** У Шляпника есть очень странные часы: на них 3 стрелки, первая движется на 1 минуту 1 раз в минуту, вторая движется на 1 минуту раз в 2 минуты, третья – раз в 4 минуты. Изначально первая стрелка показывает на 12, вторая – на 4, а третья – на 6. Найдите через сколько минут все три стрелки окажутся в одном.

Строка С

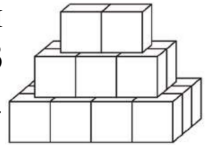
- C1.** Сколькими способами можно заменить звездочки на знаки $+$ и $-$ так, чтобы получилось верное равенство $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 29$?
- C2.** Для какого наименьшего натурального n существует n -угольник с вершинами в узлах сетки, длины сторон которого равны $1, 2, 3, \dots, n$ (в некотором порядке)? В ответе помимо n приведите пример такого многоугольника.
- C3.** Левым конем назовем фигуру, которая бьет как конь, но поворачивает только влево. Правым конем назовем фигуру, которая бьет как конь, но поворачивает только вправо (см. рисунок). Расставьте несколько левых и правых коней на доске 8×8 так, чтобы каждый левый конь бил двух правых, а каждый правый – двух левых, и больше никто никого не бил.
- 
- C4.** На плоскости проведено 40 прямых, никакие две из которых не параллельны. Оказалось, что есть ровно 3 точки, где пересекаются 3 ровно 3 прямые, 4 точки, где пересекаются ровно 4 прямые, 5 точек, где пересекаются ровно 5 прямых, 6 точек, где пересекаются 6 прямых. При этом никакие 7 прямых в одной точке не пересекаются. Найдите количество точек, где пересекаются ровно 2 прямые.
- C5.** Вася хочет найти все решения ребуса $DBDDD = ABBCB + BCADA$. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным – разные. Чему может быть равно D ?

Строка D

- D1.** Натуральное число назовем чередующимся, если в его десятичной записи присутствуют ровно 2 цифры, а также нет двух одинаковых цифр подряд. Например, число 12121 – чередующееся, а 123 и 112 – нет. Найдите количество шестизначных чередующихся чисел, делящихся на 15.
- D2.** Винни-Пух и Пятачок в гостях у Кролика съели несколько тарелок меда со сгущенкой. Пятачок съел одну тарелку меда, перемешанного со сгущенкой (и то, и другое присутствует), и оказалось, что он съел $1/8$ всего меда и $1/5$ всей сгущенки. Какое количество тарелок мог опустошить Винни-Пух? Объем тарелок одинаковый, а соотношение меда и сгущенки в разных тарелках может быть разное.
- D3.** Дано клетчатое поле 6×6 . За один ход танк может выстрелить в две клетки в одной строке или столбце, имеющих общую соседнюю по стороне клетку. Какое наименьшее число ходов необходимо сделать танку, чтобы в каждую клетку был совершен хотя бы один выстрел?
- D4.** Дима выписал на доску 3 различных натуральных числа, больших 100. Оказалось, что произведение любых двух из них является кубом натурального числа. Найдите наименьшую возможную сумму этих 3 чисел.
- D5.** Из чисел от 1 до 100 выбирают два числа, разность которых равна 7, а произведение делится на 20. Сколькими способами это можно сделать?

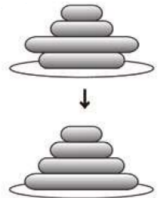
Строка Е

- Е1.** Кубики укладываются в стопку, как показано на рисунке. На верхнем ярусе есть 1 ряд из 2 кубиков. На втором ярусе расположены 2 ряда по 3 кубика. На третьем ярусе расположены 3 ряда по 4 кубика и так далее. Сколько всего будет кубиков от верхнего яруса до десятого?

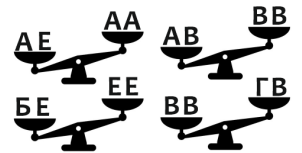


- Е2.** Сумма цифр числа N равна 2024, сумма цифр числа $N + 1$ равна 990. Чему может быть равна сумма цифр числа $N + 100$?

- Е3.** На тарелке лежат 4 оладушка (верхняя картинка). Арина за одно действие переворачивает вверх ногами стопку оладий, взяв какой-то оладушек и все оладьи над ним. За какое наименьшее количество действий она может получить нижнюю стопку?



- Е4.** У Антона есть игрушечный набор букв: А, Б, В, Г, Е. Он взвесил некоторые пары букв, результаты взвешиваний показаны на рисунке. Расположите буквы в порядке возрастания их весов.



- Е5.** В озере водится 250 рыб. Морской биолог отловил из озера 150 рыб, и 30 из них оказались форелями. Предположим, что процентное содержание форели в отлове на 1% больше, чем в озере после отлова. Сколько всего форелей жило в озере до отлова?