

**0:1**

Найдите значение выражения:

$$3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}}$$

**0:3**

Школьник Петя хочет выписать на доску два натуральных числа, в десятичной записи каждого из которых есть 4 подряд идущие цифры, образующие число 2023 так, чтобы их отношение было равно 2023. Найдите два таких числа.  
Достаточно привести один пример.

**0:0**

Шесть команд: А, Б, В, Г, Д и Е сыграли однокруговой турнир по футболу. Каждый день проводилось три матча с участием всех шести команд. В таблице приведена часть расписания. Найдите с какой командой играла команда Е каждый день.

№1	№2	№3	№4	№5
А-Б	Б-В	Г-Д	А-Г	-
Е-?	Е-?	Е-?	Е-?	Е-?
-	-	-	-	-

**0:2**

На дороге из города А в город В построены через равные расстояния 7 заправок для машин. При этом на этой же дороге через равные расстояния расположены 2 отеля (заправки и отели расположены за пределами городов). Путешественник выехал из города А в город В. Оказалось, что между третьей заправкой и первым отелем он проехал расстояние 2 км. Найдите длину дороги.

**0:5**

Найдите значение выражения

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{121}$$

**0:4**

Найдите 3 различных целых числа, сумма которых является кубом натурального числа, а сумма любых двух является квадратом натурального числа.  
Достаточно привести один пример.

**1:1**

Сколько существует натуральных чисел, таких, что при делении их на 17 и на 20 неполные частные совпадают?

**0:6**

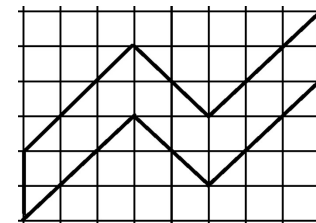
В прямоугольном треугольнике  $ABC$  к его гипотенузе  $AB$  провели медиану  $CM$ . На продолжении стороны  $BC$  за точку  $C$  отметили точку  $D$  так, что угол  $CMD$  оказался в два раза меньше угла  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $CD$ , если  $AB = 20$ .

**1:3**

Маринетт испекла макаруны (не меньше 8 штук) и поняла, что какие бы 8 макарун она не съела, она точно съест 4 миндальных и 2 кокосовых. Какое количество макарун она могла испечь?  
Кокосовые миндальными не бывают!

**1:2**

Разрежьте фигурку на рисунке на 4 равные части (не обязательно по линиям сетки).



### 1:5

Число 518 обладает следующим свойством. Рассмотрим все возможные шесть трёхзначных чисел, образованные перестановками его цифр. Среднее арифметическое этих шести чисел равно 518. Сколько существует трехзначных чисел с таким свойством?

### 2:2

Игорь выбрал несколько различных целых неотрицательных чисел. Оказалось, что для любых целых неотрицательных  $m$ ,  $n$ , если  $m + n$  выбрано, то и  $mn$  выбрано. Какие наибольшее количество чисел мог выбрать Игорь?

### 2:4

Натуральные числа  $1, 2, 3, \dots, 1000$  разбили на группы  $1, 2, 3, \dots, 10; 11, 12, 13, \dots, 20; \dots; 991, 992, 993, \dots, 1000$  (по 10 чисел в каждой группе). Найдите количество групп, в которых есть ровно 2 числа, делящихся на 7.

### 1:4.

В 7 параллели три класса: 7А, 7Б и 7В. Каждый ученик 7А класса пожал руки 5 ребятам 7Б класса, каждый ученик 7Б класса пожал руки 6 ребятам из 7А класса и 4 ребятам из 7В, каждый ученик из 7В пожал руки 7 ребятам из 7Б. Какое наименьшее число семиклассников могло быть в этой школе?

### 1:6

Вова хочет провести в каждой клетке квадрата  $3 \times 3$  одну из диагоналей. После этого квадрат (возможно) распадется на несколько частей. Сколькими способами Вова может провести диагонали так, чтобы хотя бы одна из частей была квадратом?

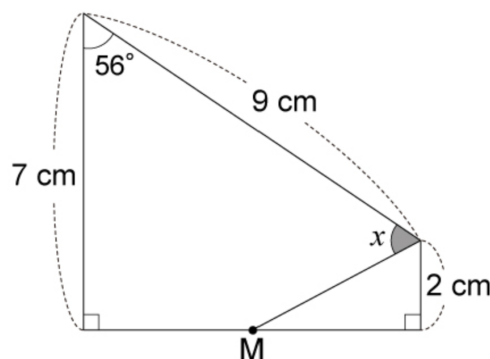
### 2:3

В классе 14 мальчиков и 17 девочек. Учительница на праздник принесла пакет с  $n$  одинаковыми конфетками. Она хочет поделить все конфетки между детьми так, чтобы у всех мальчиков было поровну конфет и у всех девочек было поровну конфеток, причем каждому ребенку досталась хотя бы одна конфетка. Оказалось, что у нее ровно 1 способ осуществить свой план. Найдите наибольшее возможное значение  $n$ .



2:6

На рисунке точка  $M$  является серединой горизонтального отрезка. Найдите угол  $x$ .



3:4

Алекс, имея 20 долларов, купил себе обед. Выдавая ему сдачу, кассир отвлекся и перепутал доллары и центы, заплатив доллары вместо центов и центы вместо долларов. Через некоторое время Алекс решил купить кусок хлеба к своему обеду. Он заплатил за него 15 центов и тут заметил, что сумма теперь у него осталось вдвое больше денег, чем должно было бы остаться после оплаты обеда и ломтика хлеба (если бы кассир не ошибся). Сколько долларов и сколько центов составляет правильная сдача, которую должен был получить Алекс после покупки обеда? 1 доллар = 100 центам. В сдаче должно быть меньше 100 центов (например, 4 доллара, 102 цента нужно привести к виду 5 долларов, 2 цента).

3:6

Сколькими способами можно выбрать среди чисел  $1, 2, 3, \dots, 10$  несколько чисел так, чтобы среди них была ровно 1 пара чисел, разность чисел в которой равна 1?

2:5

На недавней математической олимпиаде командам-участницам были предложены девять задач. В итоге получилось, что каждая команда решила ровно три задачи, каждые две команды решили разные наборы задач и для любых трех команд можно найти задачу, которую не решила ни одна из них. Какое наибольшее количество команд могло участвовать в этой олимпиаде?

3:3

По кругу расставлено 99 чисел, каждое из которых равно 1 или -1, причем не все числа одинаковые. Для каждых 10 подряд идущих чисел считается их произведение. Обозначим через  $S$  сумму этих 99 произведений. Найдите разность между наибольшим возможным и наименьшим возможным значениями  $S$ .

3:5

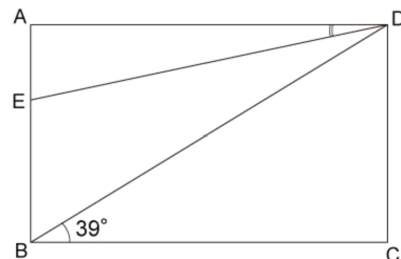
Про различные числа  $a, b, c$  известно, что  $2023(a - b)(b - c)(c - a) = (a + b)(b + c)(a + c)$ .

Чему может быть равно выражение

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}?$$

4:5

На рисунке изображен прямоугольник  $ABCD$ . Известно, что  $AE + DC = DE$ .  
Найдите угол  $ADE$ .



5:5

Игорь хочет выбрать одно двузначное натуральное число и одно однозначное так, чтобы их произведение было квадратом натурального числа.  
Сколькими способами Игорь может осуществить свой план?

6:6

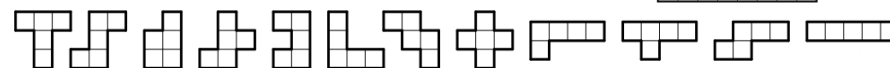
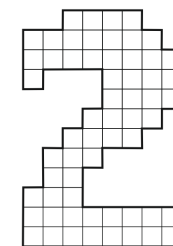
Любопытный мальчик Витя рассматривает прямоугольный параллелепипед  $a \times b \times c$ , сложенный из единичных кубиков. Известно, что  $a, b, c$  – натуральные числа, меньшие 21. Он видит только три грани, имеющих общую вершину. Оказалось, что всего он видит 487 единичных кубиков. А сколько кубиков он не видит?

4:4

Найдите наименьшее натуральное  $x$  такое, что  $x^2$  оканчивается на 9009.

4:6

Разрежьте фигуру на рисунке на 12 различных фигурок пентамино. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



5:6

Вася нашел наименьшее натуральное  $n$  такое, что  $n!$  делится на  $100! + 2023$ . Найдите значение выражения  $[99! / n]$ . Как обычно, через  $n!$  обозначается произведение всех натуральных чисел, не превосходящих  $n$ , через  $[x]$  обозначается наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .