

3-1. (3 балла)

Таня вписала в клетки прямоугольной таблицы из 4 строк и 5 столбцов некоторые числа. Оказалось, что среднее значение суммы чисел в одном столбце равно 2024. Чему может быть равно среднее значение суммы чисел в одной строке?

3-2. (3 балла)

Найдите значение выражения

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + 4 \cdot 8 \cdot 16 + 8 \cdot 16 \cdot 32}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + 4 \cdot 12 \cdot 36 + 8 \cdot 24 \cdot 72}.$$

3-3. (3 балла)

Из квадрата 7×7 вырезали центральную клеточку. Разрежьте оставшуюся фигуру по линиям сетки на три фигурки, каждая из которых имеет центр симметрии.

3-4. (3 балла)

Дан квадрат $ABCD$. На прямой BD отметили такую точку X , что $\angle CXD = 34^\circ$. Чему может быть равен угол $\angle XAB$?

3-5. (3 балла)

Приведите пример 4 различных натуральных чисел, сумма любых 2 из которых является составным числом, а сумма любых трех — простым.

3-6. (3 балла)

Известно, что для натуральных чисел a и b верно, что $a + 2$ делится на b , $b + 2$ делится на a . Найдите наибольшее значение $a + b$.

3-7. (3 балла)

В магазине есть три коробки карандашей: красные, синие и зеленые, в каждой коробке все карандаши имеют одинаковую цену. Известно, что три карандаша из одной коробки всегда дешевле четырех карандашей из другой коробки. У Маши хватает денег ровно на 20 красных карандашей. В магазин пришли еще две девочки: Надя и Таня, у каждой из них столько же денег, сколько у Маши. Надя купила как можно больше зеленых карандашей, а Таня — как можно больше синих. Причем каждая девочка покупала карандаши только одного цвета. Найдите максимальную возможную разность между количеством карандашей у Нади и Тани.

3-8. (3 балла)

Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$, градусные меры углов которого — различные натуральные числа x, y, z, t, k (в некотором порядке). Оказалось, что верно $x - y = y - z = z - t = t - k$. Какое наименьшее значение может принимать наименьший угол данного пятиугольника?

4-1. (4 балла)

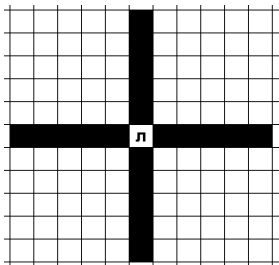
В последний учебный день миссис Уандерфул раздала классу мармеладки. Она дала каждому мальчику столько мармеладов, сколько мальчиков было в классе. Каждой девочке она дала столько же мармеладов, сколько было девочек в классе. Известно, что в классе мальчиков на 2 больше, чем девочек. В начале учебного года у миссис Уандерфул было 400 мармеладов, а в конце у нее осталось всего 6 мармеладов. Сколько учеников могло быть в классе?

4-2. (4 балла)

Каждое утро Ая совершает прогулку длиной 9 километров и заканчивает ее в кофейне. Однажды она шла со скоростью s километров в час, и прогулка заняла 4 часа, включая t минут в кофейне. В другое утро она шла со скоростью $s + 2$ километров в час, и прогулка заняла 2 часа и 24 минуты, включая t минут в кофейне. Если сегодня утром она будет идти со скоростью $s + \frac{1}{2}$ километров в час, сколько минут займет прогулка, включая t минут в кофейне?

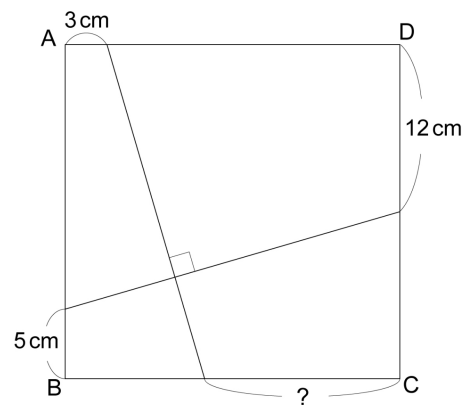
4-3. (4 балла)

Шахматная фигура *недоладья* бьет также как обычная ладья, но не больше чем на 5 вверх, вниз, влево и вправо. На рисунке ниже покрашены клетки, которые бьет недоладья Л. Также недоладья бьет клетку, на которой стоит. Какое наибольшее количество недоладей можно расставить на доску 8×8 так, чтобы они не били друг друга? В ответе необходимо также указать пример такой расстановки.



4-4. (4 балла)

Точки расположены на сторонах квадрата как на рисунке. Найдите длину отрезка, отмеченного знаком «?».



4-5. (4 балла)

В четырехугольнике $ABCD$ известно, что $\angle BAD = 70^\circ$, $\angle CDA = 55^\circ$, и $AB + BC = AD$. Найдите угол $\angle ABC$.

4-6. (4 балла)

Пусть k — натуральное число. Оказалось, что при любом разбиении чисел $1, 2, 3, \dots, 100$ на k непустых групп найдется группа, произведение чисел в которой делится на 1000. При каком наибольшем k такое могло случиться?

4-7. (4 балла)

Известно, что некоторый n -угольник можно разрезать как на 4 треугольника, так и на 3 выпуклых четырехугольника, а еще он режется на 2 выпуклых пятиугольника. Чему может быть равно n ?

4-8. (4 балла)

Обозначим через $P(n)$ произведение ненулевых цифр натурального числа n . Например, $P(44) = 16$, $P(50) = 5$. Найдите значение суммы $P(1) + P(2) + \dots + P(2023) + P(2024)$.

5-1. (5 балла)

Назовем перестановку a_1, a_2, \dots, a_{12} натуральных чисел $1, 2, 3, \dots, 12$ *гористой*, если $a_1 > a_2 > \dots > a_6 < a_7 < a_8 < \dots < a_{12}$. Найдите количество гористых перестановок.

5-2. (5 балла)

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ABC = 120^\circ$, BL — биссектриса в треугольнике ABC . На луче BL выбрана точка T такая, что $\angle BTC = 60^\circ$. Оказалось, что $DT = TC$, и $BC + DT = DC$. Найдите угол $\angle BDC$.

5-3. (5 балла)

Назовем расстоянием между вершинами A и B правильного 18-угольника количество его сторон в кратчайшем пути от A до B . Например, расстояние между соседними вершинами 18-угольника равно 1. Сколькими способами можно выбрать 3 вершины 18-угольника так, чтобы среди них не было пары вершин на расстоянии 1, 8 или 9?

5-4. (5 балла)

Найдите все натуральные n такие, что число

$$\frac{9n - 1}{n + 7}$$

является квадратом рационального числа.

5-5. (5 балла)

В каждой клеточке квадрата 6×6 провели обе диагонали. В результате каждая клеточка разбилась на 4 треугольника. Какое наибольшее количество из этих треугольников можно отметить так, чтобы никакие 2 отмеченных треугольничка не имели общих точек (в том числе вершин)? В ответе необходимо также необходимо привести пример, как можно так отметить треугольнички.

5-6. (5 балла)

Дано число x такое, что

$$\frac{(1+x)^2}{1+x^2} = \frac{13}{37}.$$

Найдите значение выражения $\frac{(1+x)^3}{1+x^3}$.

5-7. (5 балла)

Найдите все тройки целых неотрицательных чисел (x, y, z) таких, что $x \leq y$ и $x^2 + y^2 = 3 \cdot 2016^z + 77$.

5-8. (5 балла)

Внутри правильного восьмиугольника $ABCDEFGH$ выбрана точка T так, что $\angle ATC = 112,5^\circ$, а $\angle ETG = 67,5^\circ$. Чему может быть равен угол $\angle TGB$?