

### 1. (2 балла)

Сегодняшняя дата 23.11.24 обладает интересным свойством: если перемножить цифры в записи дня и месяца, то получится число, равное сумме цифр в записи года ( $2 \times 3 \times 1 \times 1 = 2 + 4$ ). Найдите ближайшую к сегодняшнему дню дату в будущем, которая обладает таким же свойством. (Дата записывается в формате ДД.ММ.ГГ).

### 2. (2 балла)

На столе лежат 13 монет и загадочное устройство. За одно действие разрешается положить любые две монеты в устройство, а устройство сообщит вам, одинакового веса монеты или нет. Нумизмат Кирилл хочет точно знать, есть ли среди монет две равного веса. Какое наименьшее количество действий придётся сделать Кириллу, чтобы при любых весах монет он мог гарантированно определить, есть ли среди монет две одинакового веса?

### 3. (2 балла)

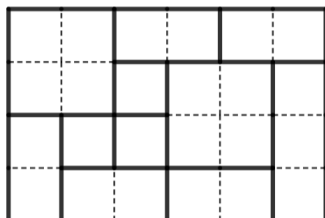
Натуральное число  $N$  поделили на некое натуральное число и получили в остатке 26. Затем число  $2N$  поделили на то же самое число и получили в остатке 7. На какое натуральное число производилось деление?

### 4. (2 балла) Переходная

Антон, Боря, Ваня и Гена отправились на велосипедную прогулку длиной 72 км. Антон пил воду в начале каждого 4-го километра (то есть, в начале 4-го, 8-го, ..., 72-го километров), Боря – в начале каждого 5-го, Ваня – в начале каждого 7-го, а Гена воду не пил. Проехав какое-то расстояние, Гена понял, что не помнит, сколько они проехали километров, но заметил, что в этот момент воду пил Антон. Следующим воду пил Боря (и только он), причём ровно через 3 километра. На каком расстоянии от старта были ребята, когда Гена забыл, сколько они проехали? Найдите все возможные ответы.

### 5. (3 балла)

Тимур нарисовал прямоугольник  $4 \times 6$  и разделил его на несколько прямоугольников как показано на рисунке. Гриша хочет закрасить несколько (возможно, один) прямоугольников таким образом, чтобы их суммарная площадь была равна 4. Сколькими способами он может это сделать?



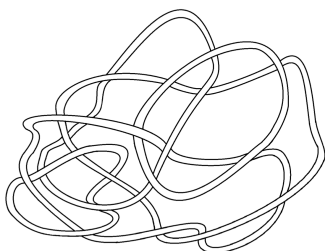
### 6. (3 балла)



Маша написала на карточках 3 буквы М, 3 буквы А и 3 буквы Ш и положила их обратной стороной как показано на рисунке. Известно, что все буквы А написаны на черных карточках, а все буквы М – на белых. В промежутке между любыми двумя буквами М нет буквы Ш, а также нет двух букв Ш находящихся рядом. Найдите номера карточек с буквой Ш.

### 7. (3 балла)

На рисунке изображены несколько ожерелий, некоторые из которых переплетены друг с другом. Любое ожерелье можно разъединить и тогда его легко получится вытащить из всех остальных. Перед Аней стоит непростая задача: ей нужно разъединить как можно меньше ожерелий так, чтобы никакие два ожерелья не остались переплетены друг с другом. Какое наименьшее количество ожерелий Ане придется разъединить?



### 8. (3 балла) Переходная

Толя заблудился в лабиринте, состоящего из 25 клеток. В каждой клетке записано число. Сейчас Толя находится в левом верхнем углу, а чтобы выйти, ему необходимо прийти в правый нижний угол. Разрешается переходить из клетки с числом А в клетку с числом В тогда и только тогда, когда эти клетки имеют общую сторону. Помимо этого необходимо, чтобы А делилось на В или В делилось на А. Одну и ту же клетку запрещается посещать дважды. Сколько различных путей, ведущих к выходу, существует у Толи?

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 33 | 66 | 9  | 48 |
| 2  | 3  | 9  | 63 | 21 |
| 2  | 6  | 21 | 7  | 3  |
| 32 | 48 | 84 | 28 | 21 |
| 8  | 16 | 80 | 40 | 1  |

### 9. (4 балла)

В деревне Норденин живут 100 жителей первого поколения, из которых 12 являются богами на 100%, а 88 – на 0%. Жители каждого поколения образуют семьи: по 2 человека в семье, и у них рождаются двое детей (они считаются жителями следующего поколения). Если родители ребенка были богами на  $A$  и  $B$  процентов, то ребенок будет богом на  $\frac{A+B}{2}$  процентов. Какое наибольшее количество жителей 5-го поколения могут быть богами хотя бы на 25%?

### 10. (4 балла)

Мама испекла для своего сына Коли пирог в виде прямоугольника  $7 \times 11$  и добавила в него два вида ягод: ежевику и малину (см. рисунок). Затем, когда к ним пришли гости, мама сказала Коле разрезать пирог на 9 прямоугольных кусков так, чтобы в каждом куске была ровно одна малина и ровно одна ежевика (резать разрешается только по линиям сетки). Кроме того, мама сказала, что если Коля справится с заданием, то он может забрать себе самый большой по площади кусок. Какой максимальной площади кусок может забрать себе Коля, и как ему это сделать?

|   |   |  |   |   |   |   |  |   |  |   |   |
|---|---|--|---|---|---|---|--|---|--|---|---|
| М | М |  |   |   |   |   |  |   |  |   | Е |
| Е |   |  |   |   |   | М |  | Е |  |   |   |
| М |   |  |   |   |   |   |  |   |  |   |   |
|   |   |  |   |   |   |   |  |   |  |   | М |
|   |   |  |   |   | Е |   |  |   |  | Е |   |
| Е |   |  | М | Е |   |   |  |   |  |   | М |
| М | Е |  |   |   | М |   |  |   |  |   | Е |

### 11. (4 балла)

У Ренаты есть странный калькулятор, который умеет делать 3 вида операций с числами:

1. К текущему числу дописать справа цифру 2
2. Заменить текущее число на сумму его цифр
3. Заменить каждую цифру  $A > 0$  в текущем числе на  $10 - A$  (цифра 0 останется нулем)

Например, если к числу 99 применить сначала операцию 1, затем 2, а затем 3, то получится 80.

Рената смогла получить число 26 и теперь хочет превратить его в 99, сделав не более 6 операций. Покажите, как ей это сделать (достаточно привести один пример).

### 12. (4 балла) Переходная

Однажды жители Ромашковой Долины проснулись и обнаружили, что с яблони пропал весь урожай яблок. Ежик подозревает Пина, Бараш подозревает Лосюша, Копатыч – Бараша, Крош – Ньюшу, Лосюш – Копатыча, Ньюша – Ежика, а Пин – Кроша. Чтобы разобраться, кто же всё-таки украл яблоки, жители решили вызвать мудрую Совунью, которая еще не знает, кто кого подозревает. Совунья начала опрашивать всех жителей и записывать список подозреваемых. При очередном опросе она записывала в список, кого подозревает опрашиваемый, только если опрашиваемый сам еще не в списке. Сколько различных списков у нее может получиться в конце, если порядок опроса может быть любым? Списки считаются разными, когда в одном из них есть имя, которого нет в другом (порядок имен не важен).

### 13. (5 баллов)

$$\text{Пусть } N = \frac{1^4 + 2022^4 + 2023^4}{1^2 + 2022^2 + 2023^2}.$$

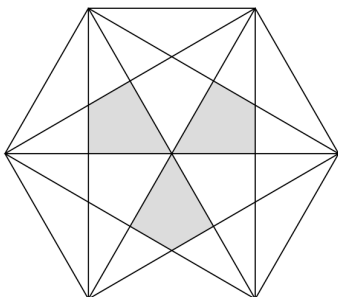
Найдите остаток при делении числа  $N$  на 2024.

### 14. (5 баллов)

За круглым столом сидят 2024 человека: тамплиеры и ассасины. Ассасины всегда врут. Тамплиер, рядом с которым сидит два тамплиера всегда говорит правду, а если рядом с тамплиером сидит хотя бы один ассасин, то он может как сказать правду, так и солгать. Ровно половина из людей, сидящих за столом сказали: «Я – тамплиер», а другая половина сказала: «Я – ассасин». Какое наибольшее количество тамплиеров могло быть за столом?

### 15. (5 баллов)

На рисунке изображен правильный 6-угольник площади 144. Найдите суммарную площадь закрашенных частей.

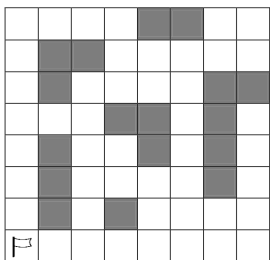


### 16. (5 баллов) Переходная

Петя нарисовал клетчатую полосу  $1 \times N$  и пронумеровал ее клетки от 1 до  $N$  слева направо. У Васи есть неограниченный запас цветов, которыми он хочет покрасить каждую клетку полосы (каждую клетку можно красить только в один цвет). Каждый цвет должен быть использован либо 0 раз, либо хотя бы 2 раза. Кроме того, если клетки с номерами  $A$  и  $B$  покрашены в один цвет, то расстояние между ними  $|A - B|$  должно быть квадратом натурального числа. Для каких  $N$  Васе не удастся выполнить задачу? Найдите все ответы.

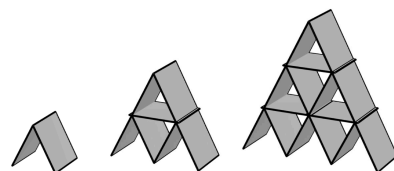
### 17. (6 баллов)

Аня и Боря играют в игру: им дано клетчатое прямоугольное поле, показанное на рисунке, в котором некоторые клетки закрашены. Изначально Аня ставит фишку в какую-то не закрашенную клетку. Далее игроки ходят по-очереди, начинает Аня (выставление фишки не считается ходом). За один ход игрок **обязан** передвинуть фишку либо на одну или более клеток влево, либо на одну или более клеток вниз. Фишка не может находиться в или проходить сквозь закрашенные клетки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход (выходить за пределы доски запрещено). В какое количество клеток Аня может поставить фишку изначально, чтобы гарантированно победить?



### 18. (6 баллов)

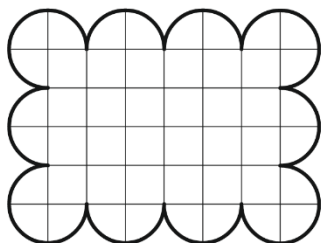
На рисунке слева направо показаны



одноярусная карточная пирамида (2 карты), двухъярусная карточная пирамида (7 карт) и трехъярусная карточная пирамида (15 карт). У Антона есть 2024 карты. Карточную пирамиду какой максимальной высоты он может построить?

### 19. (6 баллов)

Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на 6 равных частей.



### 20. (6 баллов)

Пусть  $a$ ,  $b$  и  $c$  – три цифры, большие нуля. Известно, что:

$$\frac{1}{ab \times bc} + \frac{1}{bc \times ca} + \frac{1}{ca \times ab} = \frac{11}{3321}.$$

Найдите значение  $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$ .

### 21. (7 баллов)

Пусть  $p$ ,  $q$  и  $r$  – три простых числа. Известно, что  $(p^2 + q)(q^2 + r)(r^2 + p) = 32164$ . Чему равно  $p^2q + q^2r + r^2p$ ? Найдите все возможные ответы.

### 22. (7 баллов)

Толя записал у себя на доске все числа от 1 до 2024, у которых четная сумма цифр, а Дима записал у себя на доске все числа от 1 до 2024, у которых нечетная сумма цифр. Сумма чисел, записанных Толей равна  $T$ , а сумма чисел, записанных Димой, равна  $D$ . Чему равно  $T - D$ ?

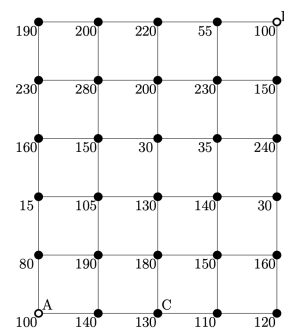
### 23. (7 баллов)

Решите уравнение:

$$\frac{x}{4 \times 9} + \frac{x}{9 \times 14} + \frac{x}{14 \times 19} + \dots + \frac{x}{2019 \times 2024} = \frac{5^2 \times 101}{5 + 10 + 15 + \dots + 200}$$

### 24. (7 баллов)

В городе Нордени система дорог состоит из 49 дорог и 30 перекрестков, как показано на рисунке. Рядом с каждым перекрестком написано число, обозначающее высоту перекрестка над уровнем моря (в метрах). Любая дорога, соединяющая два перекрестка идет либо строго вверх, либо строго вниз. Гриша хочет добраться из точки А в точку В.



Но Гриша очень ленивый и не любит подниматься в гору, поэтому хочет, чтобы суммарный подъем в гору был минимальным. Какого минимального подъема в гору может добиться Гриша? Подъем на одном участке дороги считается как максимум из 0 и разницы между высотами перекрестков. То есть, если бы Гриша пошёл из А в С напрямую, то суммарный подъем составил бы  $40 + 0 = 40$  метров.