

**3-1. (3 балла)**

Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что числа  $a$  и  $bc$  оканчиваются на 3, а число  $ac$  оканчивается на 1. На какую цифру может оканчиваться число  $ab$ ?

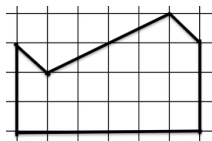
**3-2. (3 балла)**

В некоторые клетки квадрата  $4 \times 4$  вписаны числа как на рисунке. Игорь заполнил оставшиеся клетки числами 1, 2, 3, 4 так, чтобы числа в каждой строке и каждом столбце были различны. Какое число могло оказаться в правом нижнем углу?

1		2	
2	3		
			4

**3-3. (3 балла)**

Разрежьте фигурку на рисунке на 2 равные части.

**3-4. (3 балла)**

У Саши есть 15 мячиков. Три пятых всех мячиков синие, остальные — белые. Две трети всех мячиков сделаны из резины, остальные — пластиковые. Какую наименьшую долю от общего количества мячиков могут составлять синие резиновые?

**3-5. (3 балла)**

Расставьте скобки в левой части равенства  $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10 = 2025 : 7$  так, чтобы оно стало верным.

**3-6. (3 балла)**

Сколькими способами можно закрасить в квадрате  $3 \times 3$  три клетки так, чтобы не было полностью закрашенного столбца или полностью закрашенной строки, но среди оставшихся клеток можно было найти две, при закрашивании каждой из которых образуется полностью закрашенная строка или полностью закрашенный столбец?

**3-7. (3 балла)**

Нарисуйте на плоскости 4 треугольника так, чтобы любая вершина любого из этих треугольников являлась вершиной еще ровно 1 треугольника.

**3-8. (3 балла)**

Найдите значение выражения

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + 4 \cdot 8 \cdot 16 + 8 \cdot 16 \cdot 32}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + 4 \cdot 12 \cdot 36 + 8 \cdot 24 \cdot 72}.$$

**4-1. (4 балла)**

Из квадрата  $7 \times 7$  вырезали центральную клеточку. Разрежьте оставшуюся фигуру по линиям сетки на три фигурки, каждая из которых имеет центр симметрии.

**4-2. (4 балла)**

Пусть  $a, b, c, d$  — различные натуральные числа. Для какого наибольшего натурального  $n$  можно утверждать, что число

$$(b - a)(c - a)(d - a)(d - c)(d - b)(c - b)$$

всегда делится на  $n$ ?

**4-3. (4 балла)**

Каждое утро Айя совершает прогулку длиной 9 километров и заканчивает ее в кофейне. Однажды она шла со скоростью  $s$  километров в час, и прогулка заняла 4 часа, включая  $t$  минут в кофейне. В другое утро она шла со скоростью  $s + 2$  километров в час, и прогулка заняла 2 часа и 24 минуты, включая  $t$  минут в кофейне. Если сегодня утром она будет идти со скоростью  $s + \frac{1}{2}$  километров в час, сколько минут займет прогулка, включая  $t$  минут в кофейне?

**4-4. (4 балла)**

В магазине есть три коробки карандашей: красные, синие и зеленые, в каждой коробке все карандаши имеют одинаковую цену. Известно, что три карандаша из одной коробки всегда дешевле четырех карандашей из другой коробки. У Маши хватает денег ровно на 20 красных карандашей. В магазин пришли еще две девочки: Надя и Таня, у каждой из них столько же денег, сколько у Маши. Надя купила как можно больше зеленых карандашей, а Таня — как можно больше синих. Причем каждая девочка покупала карандаши только одного цвета. Найдите максимальную возможную разность между количеством карандашей у Нади и Тани.

**4-5. (4 балла)**

Расставьте в клетки таблицы  $5 \times 5$  числа  $1, 2, 3, \dots, 25$  по одному разу так, чтобы среди всевозможных сумм чисел в соседних по стороне клетках было менее 15 различных.

**4-6. (4 балла)**

Петя выписал на доску все двузначные числа, у которых произведение цифр является однозначным натуральным числом. Он называет выписанное число *доминирующим*, если оно больше любого другого выписанного числа с тем же произведением цифр. Сколько всего доминирующих чисел?

**4-7. (4 балла)**

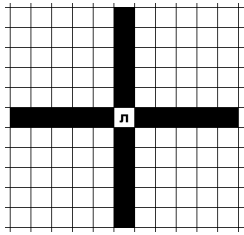
На доске написано число 1234. Раз в минуту число заменяется на сумму этого числа и произведения его цифр. Какое число будет написано на доске через сутки?

**4-8. (4 балла)**

Найдите сумму всех натуральных чисел, десятичная запись которых состоит только из чётных цифр, а сами они не превосходят миллиона.

### 5-1. (5 балла)







Шахматная фигура *недоладья* бьет также как обычная ладья, но не больше чем на 5 вверх, вниз, влево и вправо. На рисунке ниже покрашены клетки, которые бьет недоладья Л. Также недоладья бьет клетку, на которой стоит. Какое наибольшее количество недоладей можно расставить на доску  $8 \times 8$  так, чтобы они не били друг друга? В ответе необходимо также указать пример такой расстановки.



### 5-2. (5 балла)

Из пункта А в пункт В выехал мотоциклист. Весь путь разбит на три участка. Известно, что длина первого в 8 раз больше длины второго. Определите среднюю скорость движения мотоциклиста на всем пути, если известно, что она равна скорости движения на третьем участке, на 2 км/ч меньше скорости движения на первом участке и на 10 км/ч больше скорости движения на втором участке.

### 5-3. (5 балла)

У Игоря есть по одной фигурке вида , , , а у Асгата по одной фигурке вида , , . Они хотят сложить, каждый из своих трех фигурок, две одинаковые фигуры. Помогите им добиться желаемого.

### 5-4. (5 балла)

Петя сообщает Васе натуральное число  $n \leq 10^{10}$ . Вася находит минимальное натуральное  $m$  такое, что  $\text{НОД}(m; n) = \text{НОД}(m + 1; n + 1) = 1$ . Сколько разных значений может принимать  $m$  в зависимости от выбора Пети?

### 5-5. (5 балла)

Назовем перестановку  $a_1, a_2, \dots, a_{12}$  натуральных чисел  $1, 2, 3, \dots, 12$  *гористой*, если  $a_1 > a_2 > \dots > a_6 < a_7 < a_8 < \dots < a_{12}$ . Найдите количество гористых перестановок.

### 5-6. (5 балла)

Натуральные числа  $x, y$  и простое число  $p$  таковы, что верно равенство  $9xy = p(p + 3x + 6y)$ . Чему может быть равно выражение  $x^2 + y^2 + p^2$ ?

### 5-7. (5 балла)

Назовем расстоянием между вершинами А и В правильного 18-угольника количество его сторон в кратчайшем пути от А до В. Например, расстояние между соседними вершинами 18-угольника равно 1. Сколькими способами можно выбрать 3 вершины 18-угольника так, чтобы среди них не было пары вершин на расстоянии 1, 8 или 9?

### 5-8. (5 балла)

Назовем натуральное число  $n < 1000$  *удачным*, если в десятичной записи числа  $3n$  каждая цифра больше соответствующей цифры числа  $n$ . Например, число  $56 = 056$  — удачное, так как  $3 \cdot 56 = 168$ , и  $1 > 0$ ,  $6 > 5$ ,  $8 > 6$ . Сколько существует удачных чисел?