

1. (2 балла)

На доске в порядке возрастания выписаны пять натуральных чисел. Известно, что последнее число в 3 раза больше первого числа, а сумма всех чисел равна 31. Чему равно четвёртое по величине число?

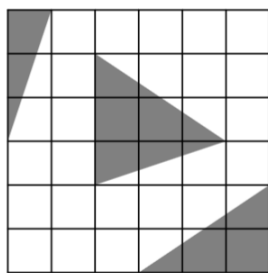
2. (2 балла)

У учителя физики есть 5 гирек, пронумерованных от 1 до 5. Учитель знает, что веса гирек: 10, 15, 17, 20 и 28 грамм, но не помнит, сколько какая весит. После взвешивания на весах оказалось, что:

- гирька №4 легче гирьки №1;
 - гирька №2 тяжелее гирьки №5, но легче гирьки №4;
 - гирька №3 легче гирьки №2;
 - гирьки №2 и №5 вместе тяжелее гирьки №1.
- Какая гирька сколько весит?

3. (2 балла)

Денис нарисовал внутри клетчатого квадрата три треугольника. Помогите Денису вычислить суммарную площадь этих треугольников. Считается, что площадь одного маленького квадрата равна 1.



4. (2 балла) Переходная

К берегу реки пришвартована лодка. 15 воинов хотят переправиться на другой берег, среди них:

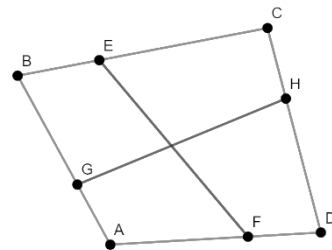
- 7 лучников, каждый из которых весит 60 кг,
 - 5 копейщиков, каждый из которых весит 75 кг,
 - 3 латника, каждый из которых весит 100 кг.
- Какое минимальное количество килограммов должна выдерживать лодка, чтобы это можно было сделать?

5. (3 балла)

На доске написана последовательность цифр: 11753812252. Лёня хочет выбрать две различные цифры: X и Y, а затем выбрать два различных арифметических знака (плюс, минус, делить или умножить) так, что если в последовательности цифр заменить все цифры X на первый выбранный знак, а все цифры Y на второй выбранный знак, то значение полученного выражения равнялось бы 100. Приведите пример, как он может это сделать?

6. (3 балла)

Четырёхугольник ABCD разрезан на четыре маленьких четырёхугольника отрезками EF и GH. Найдите периметр ABCD, если известно, что периметры маленьких четырёхугольников равны 11, $EF = 6$, $GH = 7$.



7. (3 балла)

Андрей, Боря, Вася и Гена коллекционируют марки. Известно, что у любых двух ребят – разное количество марок. Однажды, между ними состоялся следующий разговор:
Андрей: “у меня не больше всех марок, но и уж точно не меньше всех!”
Боря: “И у меня не меньше всех!”
Вася: “А у меня больше всех!”
Гена: “Видимо, у меня меньше всех марок.”
Оказалось, что ровно один мальчик ошибся. У кого больше всех марок? А у кого меньше всех?

8. (3 балла) Переходная

Сколько существует различных шестизначных чисел, из которых можно получить число 12345, вычеркнув одну цифру?

9. (4 балла)

Лотерейный билет стоит 1 рубль. Известно, что каждый билет либо даёт выигрыш – 8 рублей, либо ничего не даёт. Первоначально у Васи был 1 рубль. И каждый день, в течение 100 дней, он покупал по одному лотерейному билету. Спустя эти 100 дней у него оказалось 5 рублей. Сколько раз Вася выиграл в лотерею?

10. (4 балла)

В турклуб ходят 30 школьников. У 27 из них нет палатки, у 19 из них нет спальника, у 25 из них нет котелка. У какого наименьшего количества школьников нет всех трёх предметов?

11. (4 балла)

В шеренге стоят несколько человек. Артур заметил, что слева от него стоит столько же людей, сколько и справа от него. Боря заметил, что справа от него стоит в два раза больше людей, чем слева от него. А Вова заметил, что слева от него стоит в четыре раза больше людей, чем справа от него. Какое наименьшее количество человек могло стоять в шеренге?

12. (4 балла) Переходная

Петя посчитал отношение двух углов треугольника и получил 3. Вася тоже решил посчитать отношение двух углов того же самого треугольника и получил 2. Найдите углы этого треугольника.

13. (5 баллов)

У торговца сахаром есть несколько гирь: каждая весит либо 300 грамм, либо 600 грамм. Оказалось, что

- 6 упаковок сахара на 4,5 килограмм тяжелее, чем все трёхсотграммовые гири торговца;
- 7 упаковок сахара на 4,5 килограмм тяжелее, чем все шестисотграммовые гири торговца;
- 8 упаковок сахара на 4,5 килограмм тяжелее, чем все гири, которые есть у торговца.

Сколько грамм весит одна упаковка сахара, если известно, что все упаковки весят одинаково?

14. (5 баллов)

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом B. На катете AB отмечена точка K, а на гипотенузе AC отмечена точка P. Оказалось, что $AK=KP=PB=BC$. Найдите углы треугольника ABC.

15. (5 баллов)

Лёша загадал три числа: два двухзначных и одно трёхзначное. А Антон пытается их угадать. Далее между ними состоялся следующий диалог.
Антон: “Среди твоих чисел есть те, в записи которых используется цифра 7?”
Лёша: “Да. Я даже скажу больше, их сумма равна 208.”
Антон: “А есть числа, в записи которых есть цифра 3?”
Лёша: “И такие есть! Их сумма равна 76.”
Помогите Антону понять, какие числа загадал Лёша.

16. (5 баллов) Переходная

Про натуральные числа x, y известно, что $x < y < 15$ и выполнено

$$3(x + y) = \text{НОД}(x, y) + \text{НОК}(x, y).$$

Найдите все такие пары x, y .

17. (6 баллов)

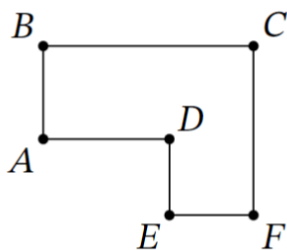
На сторонах AC и BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки K и P соответственно. Оказалось, что угол между прямыми AP и BK равен 60° . Найдите периметр треугольника, если известно, что $AK = 3$, $BP = 4$.

18. (6 баллов)

У нумизмата есть несколько монет. Взвешивая их, он понял, что масса любых семи монет составляет не более, чем 9,9% от массы всех оставшихся монет. Какое наименьшее количество монет могло быть у нумизмата?

19. (6 баллов)

На рисунке изображён план парка. В начале Полина шла пешком с постоянной скоростью по маршруту A-B-C, а затем, увеличив скорость на 20%, бежала по маршруту C-F-E-D-A. И на пешую прогулку, и на пробежку она потратила одно и то же время – 54 минуты. За сколько минут Полина пробежала участок E-D?

**20. (6 баллов)**

Петя сказал: “У меня есть M машинок: 10 из них красного цвета, 12 из них – грузовики, а у 16 из них – большие колеса.” Вася ответил: “Тогда я уверенностью могу сказать, что среди твоих машинок хотя бы 3 красных грузовика с большими колесами.” Какое наибольшее значение может принимать M?

21. (7 баллов)

Найдите все натуральные n и k такие, что $n < k$ и выполнено

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{k} = \frac{1}{6}.$$

22. (7 баллов)

Каждый из учеников класса каждый день делает одно из трёх действий: либо приходит в школу вовремя, либо опаздывает на первый урок, либо вовсе не приходит в школу. Классный руководитель решил проследить за посещаемостью ребят в течение 4 дней и заметил следующее:

- никто из ребят не делал одно и то же действие два дня подряд;
- каждый ученик в первый и в четвёртый день наблюдений сделал одно и то же действие;
- любые два ученика хотя бы в один из четырёх дней делали одно и то же действие.

Сколько ребят пришло вовремя в первый день, если известно, что в третий день было 20 опоздавших, а в четвёртый — 13 не пришедших в школу?

23. (7 баллов)

На катете AB прямоугольного треугольника ABC (угол A – прямой) отмечена только K, а на отрезке CK – точка L так, что $BK = LC$. На катете AC нашлась такая точка M, что $MB = MC$, $MK = ML$. Найдите длину отрезка CK, если известно, что $AK = 3$, $KB = 5$.

24. (7 баллов)

Денис выписывает на доску всевозможные последовательности из семи чисел, удовлетворяющие следующим условиям:

- первое число равно 1;
- последнее число – чётное;
- каждое следующее число либо на 2, либо на 3, либо в 2 раза больше, чем предыдущее.

Сколько последовательностей Денис выпишет на доску?