

1. (2 балла)

Найдите четырехзначное число, для которого выполняется: цифра сотен в три раза больше, чем цифра тысяч и в два раза больше, чем цифра единиц. Цифра десятков в три раза больше, чем цифра единиц, а цифра тысяч на единицу меньше цифры единиц.

2. (2 балла)

В коробке лежат 10 красных, 8 синих, 8 зеленых и 4 желтых леденца. Какое наименьшее количество леденцов нужно взять из коробки не глядя, чтобы в коробке заведомо осталось не более трех одноцветных леденцов?

3. (2 балла)

В классе учится 25 человек. Светлана Ивановна купила 2 вида тетрадей для контрольных работ на весь класс: 25 в клетку и 25 в линейку, потратив 750 рублей. Когда она собрала деньги со всего класса, то получила только 614 рублей. Оказалось, что 8 человек думали, что Светлана Ивановна купила только тетради в линейку, поэтому не отдали нужную сумму за тетрадь в клетку. Сколько стоит тетрадь в линейку?

4. (2 балла) Переходная

Алан выписывает в ряд числа: первое равно 1, второе равно 3, а каждое следующее, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих. Алан написал 2025 чисел, сколько среди них четных?

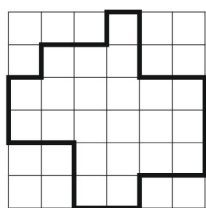
5. (3 балла)

У Надира есть 2025 пар кроссовок, из них две трети красного цвета, а остальные – белого. Кроме того, $\frac{3}{5}$ от количества пар – фирмы Gucci, а остальные $\frac{2}{5}$ от количества пар – фирмы Nike. Какое наименьшее количество пар кроссовок Gucci могут быть красного цвета?

6. (3 балла)

На планете Куб, имеющей форму куба, каждой гранью владеет рыцарь или лжец. Каждый из них утверждает, что не менее двух из его соседей – лжецы. Сколько рыцарей и сколько лжецов владеют гранями планеты? Найдите все варианты.

7. (3 балла)



Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на две равные части по линиям сетки.

8. (3 балла) Переходная

В ряд выписывают натуральные числа, причем каждое следующее, начиная с третьего, равно произведению двух предыдущих. Шестое число в ряду равно 4000. А чему равно пятое число в ряду?

9. (4 балла)

Сумма 25 подряд идущих четных чисел равна 10000. Чему равно наименьшее из этих 25 чисел?

10. (4 балла)

Разными фигурами зашифрованы разные числа, одинаковыми – одинаковые. В первых трех строках таблицы указаны суммы чисел в строке. Найдите сумму чисел в четвертой строке.

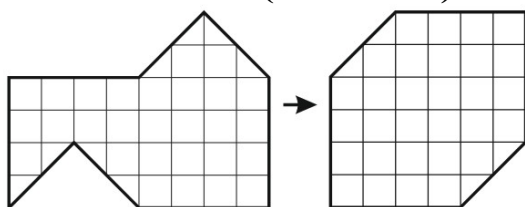
▲ + ◆ + ▲ + ○ = 35
○ + ◆ + ◆ + ◆ = 27
★ + ○ + ■ + ◆ = 33
★ + ■ + ▲ + ○ = ?

11. (4 балла)

Расставьте по кругу 8 различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 25, так, чтобы любые два соседних числа отличались на 5 или на 7.

12. (4 балла) Переходная

Найдите наибольшее семизначное число, которое можно получить, записав подряд несколько (больше одной) различных степеней двойки.

13. (5 баллов)

Разрежьте фигуру слева на две равные части, из которых сложите фигуру справа. Покажите на рисунке как разрезать и как сложить. Резать можно по сторонам и по диагоналям клеток.

14. (5 баллов)

Арсений расставил в клетки квадрата 9×9 числа 1, 2, ..., 81 по одному разу. После этого Федя посчитал количество рядов (строк и столбцов), в которых произведение чисел делится на три. Какое наименьшее число могло получиться у Феди?

15. (5 баллов)

Сколько всего существует различных четырехзначных чисел с ненулевыми цифрами, у которых любые две цифры отличаются не меньше, чем на 2?

16. (5 баллов) Переходная

Паша привел дроби $1/5$ и $1/6$ к общему знаменателю N , причем оказалось, что есть ровно 2025 дробей со знаменателем N и целым числителем, которые больше $1/6$, но меньше $1/5$. Чему равно N ?

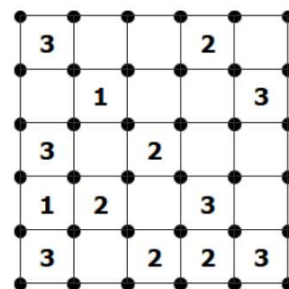
17. (6 баллов)

Найдите все пары натуральных чисел x и y , которые удовлетворяют уравнению:

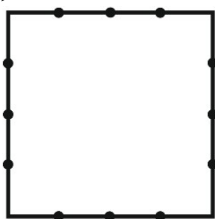
$$\frac{12}{x} - \frac{y}{19} = \frac{7}{38}$$

18. (6 баллов)

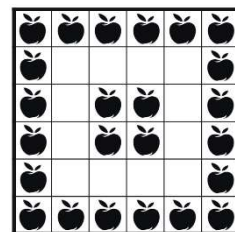
Нарисуйте забор — замкнутую ломаную, соединяющую точки по линиям сетки. Линия не может касаться и пересекать сама себя. Числа в клетках показывают, сколько сторон клетки принадлежит забору.

**19. (6 баллов)**

Каждая сторона квадрата со стороной 4 см делится на равные части тремя точками. Глеб выбрал одну из трех точек на каждой стороне и соединил их таким образом, чтобы получился четырехугольник. Какие значения может принимать площадь получившегося четырехугольника? Укажите все ответы.

**20. (6 баллов)**

В клетках квадрата 6×6 есть 24 яблока как показано на рисунке. Алиса ходит по квадрату, переходя из клетки в клетку, соседнюю с ней по стороне, не посещая никакую клетку дважды. Она может начать и закончить в любой клетке. В каждой строке и столбце Алиса посетила не более 3 клеток. Какое максимальное количество яблок она могла собрать?

**21. (7 баллов)**

Расставьте на доске 8×8 14 ферзей так, чтобы каждый из них бил не более двух других.

22. (7 баллов)

У Артура есть 50 тугриков и число 0. За 1 тугрик можно прибавить к числу 1. За 10 тугриков можно умножить число на 2 или поменять порядок цифр на обратный (например из числа 285 получить число 582). Какое наибольшее число может получить Артур?

23. (7 баллов)

Сколько существует способов разбить 10 цифр от 0 до 9 (каждая по одному разу) на несколько групп так, чтобы цифры в одной группе шли друг за другом последовательно (например: 4 5 6) и сумма цифр в каждой группе не превышала 11?

24. (7 баллов)

Если отношение числа N к его сумме цифр равно точному квадрату или простому числу, назовём N запутанным. Например, числа $2022 = (2+0+2+2) \times 337$, $2023 = (2+0+2+3) \times 17^2$ и $2025 = (2+0+2+5) \times 15^2$ — запутанные, а число $2024 = (2+0+2+4) \times 11 \times 23$ — не запутанное. Найдите два следующих ближайших после 2025 запутанных числа.