

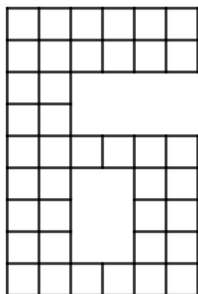
### 3-1. (3 балла)

Найдите ближайший в будущем високосный год, который является квадратом натурального числа. Напомним, что високосным называется год, число которого делится на 4 и либо не делится на 100, либо делится на 400 (таким образом 2024 и 2000 – високосные, а 2100 – нет).

### 3-2. (3 балла)

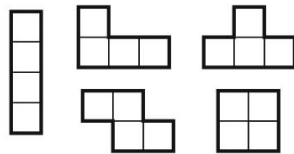
Богдан, Андрей, Денис и Коля решили отправиться на рыбалку. Ребятам необходимо взять с собой ведро, удочку, сеть и прикормку. Богдан может взять с собой что угодно, кроме прикормки. Андрей может взять только удочку. Денис – удочку или сеть. Коля может принести что угодно. Ребята решили, что будет честно, если каждый принесет что-то одно. Кто принесет ведро? Найдите все возможные ответы.

### 3-3. (3 балла)



Разрежьте букву “Б”, показанную на рисунке слева, на 10 тетраминошек так, чтобы тетраминошка каждого вида была использована ровно два раза. Резать разрешается только по линиям сетки. Все

виды тетрамино показаны на рисунке сверху.



### 3-4. (3 балла)

В лесу живут четыре белки: Лили, Моника, Тамаш и Наори. Они живут на четырех разных деревьях: дуб, сосна, береза и тополь. Недавно они отправились за орехами, чтобы сделать запасы на зиму и собрали 18, 21, 22 и 28 орехов. Известно, что:

- Моника живет в сосне, а Лили недавно отказалась переехать в дуб.
- Белка, живущая на дубе, собрала на один орех меньше, чем белка, живущая на березе.
- Наори собрала меньше всего орехов.

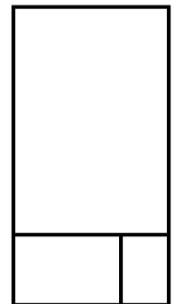
На каком дереве живет Тамаш и сколько орехов она запасла на зиму?

### 3-5. (3 балла)

Пятеро друзей отправились собирать грибы, но забыли, кто сколько грибов собрал. Петя помнит, что собрал больше всех грибов, причем он собрал в три раза больше, чем Емеля, который собрал меньше всех. Также, Петя запомнил, что суммарно ребята собрали 31 гриб, причем не было двух ребят, которые собрали бы одинаковое число грибов. Вася помнит, что собрал меньше Пети, но больше всех остальных. Сколько грибов мог собрать Вася? Найдите все ответы.

### 3-6. (3 балла)

У Леши есть набор прямоугольников разных размеров. Каждый прямоугольник в его наборе обладает следующим свойством: одна из его сторон в полтора раза больше другой. Леша выложил большой прямоугольник из трех прямоугольников из своего набора, как показано на рисунке.



Оказалось, что у получившегося прямоугольника длинная сторона длиннее короткой на 50 сантиметров. Найдите площадь получившегося у Леши прямоугольника в см<sup>2</sup>.

### 3-7. (3 балла)

Ваня подарил Алисе на день рождения 27 одинаковых белых кубиков 1×1×1. Она сложила из этих кубиков большой кубик 3×3×3, после чего выбрала 3 его грани, имеющие общую вершину, и покрасила их в красный цвет. После того, как краска высохла, Алиса пересобрала кубик и вновь покрасила 3 грани, имеющие общую вершину. Какое наибольшее количество маленьких кубиков 1×1×1 могут иметь хотя бы 3 красные грани после проделанных операций?

### 3-8. (3 балла)

Замените каждую звездочку в выражении на одну из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 или 8 (каждую цифру можно использовать лишь один раз) так, чтобы выражение стало верным:

$$\frac{*}{*} + \frac{*}{*} = \frac{*}{*} + \frac{*}{*}$$

#### 4-1. (4 балла)

На круговом шоссе есть три преграды: мост, пересечение которого стоит 1 доллар, туннель, проезд по которому стоит 3 доллара и пролив, пересечение которого на пароме стоит 5 долларов. Саша сел в машину и начал кататься по шоссе по кругу в направлении часовой стрелки. В какой-то момент он обнаружил, что суммарно заплатил ровно 130 долларов. Сколько долларов он должен заплатить за преодоление следующего препятствия? Найдите все варианты.

#### 4-2. (4 балла)

Греческие боги выстроились в прямоугольник из 10 рядов и 6 столбцов. Известно, что каждый из богов либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Каждый из них утверждает: «Все боги, которые находятся со мной в одной строке и все боги, которые находятся со мной в одном столбце, — лжецы». Сколько лжецов может быть среди 60 человек? Найдите все возможные ответы.

#### 4-3. (4 балла)

Алим написал в трех клетках квадрата  $3 \times 3$  числа 2, 16 и 20 как показано на рисунке. Подруга Алима Дина хочет дозаполнить оставшиеся клетки числами так, чтобы квадрат стал магическим (то есть, чтобы суммы чисел во всех строках, столбцах и двух главных диагоналях были одинаковыми). Какие числа Дина может написать в левой верхней клетке квадрата, обозначенной буквой «а»?

a	16	20
2		

#### 4-4. (4 балла)

На рисунке справа квадрат  $7 \times 7$  разделен на несколько областей. В каждую пустую клетку квадрата Витале необходимо вписать некоторое число со следующим условием: в каждой области площади  $N$  должны встречаться все числа от 1 до  $N$ . Кроме того, двум одинаковым числам  $X$  разрешается находиться в одной строке или столбце только если между ними есть как минимум  $X$  клеток с другими числами. Помогите Витале заполнить пустые клетки так, чтобы все условия выполнялись.

	6	3		2	4	
	3			6		
	2		5	4		
7	8		3			1
			4			3
						1
		4		5		

#### 4-5. (4 балла)

На рисунке показана карта океана размера  $6 \times 6$ , где клетками А, В и С отмечены острова, а остальные клетки – вода. В каждой из водных клеток ветер дует в одном из четырех направлений: вправо, влево, вниз или вверх. Корабль перемещается в соседнюю по стороне клетку в соответствии с направлением ветра в его текущей клетке. Известно, что корабль из клетки Х доплыл до клетки В, не выходя за пределы карты, а корабль из клетки У доплыл до клетки С (когда корабль доплывает до клетки, являющейся островом, он садится на мель и больше никуда не плывет). Из какого наибольшего количества водных клеток может быть возможно добраться до клетки А?

					В
					А
У					
		Х			С

#### 4-6. (4 балла)

Капитан Алекс владеет 6 сундуками разных размеров. Внутри каждого сундука есть два отсека: серебряный и золотой. Внутри любого отсека сундука поместится любой сундук меньшего размера, но не поместятся никакие два сундука (однако в отсек можно поместить сундук внутри которого есть ещё сундуки). Капитан хочет добиться того, чтобы все сундуки в результате лежали внутри одного самого большого сундука. Сколькими способами Алекс сможет это сделать?

#### 4-7. (4 балла)

Айдар написал на доске число, после чего вычеркнул из него одну из его цифр и получил второе число. Оказалось, что сумма двух чисел Айдара равна числу, которое получится, если записать сегодняшнюю дату без точек: 8022025. Какое число мог написать Айдар изначально? Найдите все ответы.

#### 4-8. (4 балла)

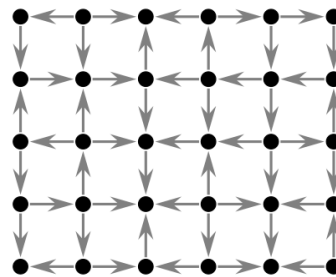
После недавнего нахождения клада капитан Крюк проворовался, поэтому экипаж сверг его и решил выбрать нового капитана из четырех кандидатов: Алиса, Барнс, Вердин и Грунд. Каждый член экипажа проголосовал за двоих разных кандидатов (кандидатам запрещено голосовать за себя). Алиса получила 1 голос, Барнс – 26, а Вердин – 3. Сколько голосов мог получить Грунд? Найдите все ответы.

### 5-1. (5 баллов)

В большом резервуаре с нефтью образовалась течь, откуда нефть вытекает с постоянной скоростью. Чтобы восстановить резервуар, рабочим сначала необходимо откачать всю нефть. Если они будут использовать 20 насосов, то откачают всю нефть за 5 часов. Если же они будут использовать 15 насосов – за 6 часов. Начальник дал рабочим 10 часов и приказал использовать как можно меньше насосов. Какое минимальное число насосов необходимо использовать рабочим, чтобы откачать всю нефть за 10 часов?

### 5-2. (5 баллов)

На рисунке ниже представлена карта страны, состоящей из 30 городов. Между некоторыми городами есть авиасообщение, работающее только в одном направлении (в соответствии с



направлением стрелки). Компания Азот хочет открыть заводы в некоторых городах (в каждом городе не более 1 завода). При этом они хотят открыть минимально возможное количество заводов и таким образом, чтобы товары можно было доставить в любой город страны (пользуясь только имеющимися авиасообщениями). Какое наименьшее число заводов им необходимо открыть и как им это сделать?

### 5-3. (5 баллов)

В олимпиаде по математике принимали участие 100 школьников. Всего им было предложено 4 задачи, но известно, что никто так и не смог решить все 4 задачи. Также, известно, что первую задачу решили 90 школьников, вторую – 80, третью – 70, а четвертую – 60. Сколько школьников могли решить и третью, и четвертую задачи? Найдите все возможные ответы.

### 5-4. (5 баллов)

Костя выбрал 2 свои любимые цифры и составил два числа, используя только выбранные цифры (цифры можно использовать несколько раз). У него получилось два натуральных числа, которые в сумме дают ровно 10000. Какие пары цифр могут быть любимыми у Коли? Найдите все варианты.

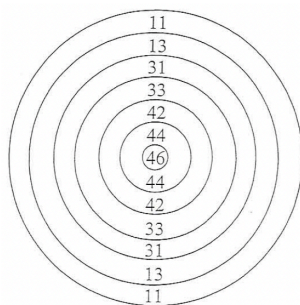
### 5-5. (5 баллов)

Шахматный конь находится в левом нижнем углу клетчатой доски  $10 \times 10$  и хочет попасть в правый верхний угол. Ему разрешено делать только те ходы, которые перемещают его хотя бы на одну клетку вверх и хотя бы на одну клетку вправо. Сколько различных маршрутов есть у коня, чтобы выполнить свое желание?

### 5-6. (5 баллов)

Трое друзей, Атос, Портос и Арамис, стреляли из лука по круглой доске. Каждый выпустил по 5 стрел, которые приземлились на разном расстоянии от центра доски. Стрела игрока приносит столько очков, сколько стрел у его соперников находится дальше от центра доски, чем эта стрела. Атос набрал 19 очков, Портос – 27. Сколько очков набрал Арамис во время игры?

### 5-7. (5 баллов)



Петя играет в дартс, где за попадание дают необычное количество очков (как показано на рисунке). Какое минимальное число бросков ему необходимо совершить, чтобы набрать ровно

100 очков (Петя настолько меткий, что может попасть в любую зону, в которую захочет)?

### 5-8. (5 баллов)

У Давида есть по одному квадрату со сторонами 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 и 18. Он хочет сложить из них какой-нибудь прямоугольник, используя все квадраты, которые у него есть. Прямоугольники каких размеров он может сложить и как ему это сделать?