

3-1. (3 балла)

Из таблицы 8×8 удалили 3 строки и 3 столбца. Сколько клеток могло остаться в таблице? Найдите все ответы.

3-2. (3 балла)

Все пять различных значков в равенствах обозначают разные цифры. Какую цифру обозначает значок ★?

$$\square + \square + \square = \nabla, \quad \bullet + \bullet + \bullet = \hexagon, \quad \nabla + \hexagon = \star$$

3-3. (3 балла)

Лена идет из дома до школы 7 минут. Пока она идет в школу, она всегда слушает музыку. У Лены есть 4 любимые песни, которые длятся 1, 2, 3 и 4 минуты соответственно. Она хочет собрать плейлист из нескольких песен так, чтобы каждая из её любимых песен появилась там не более одного раза и чтобы суммарная продолжительность песен была ровно 7 минут (Лена всегда дослушивает песни до конца и никогда не ставит их на паузу). Сколькими разными способами Лена может это сделать? Плейлисты, отличающиеся лишь порядком песен, тоже считаются разными.

3-4. (3 балла)

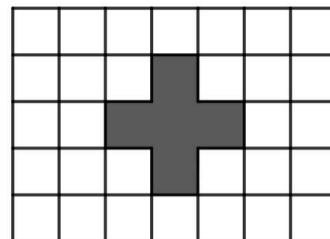
Саше и Марине дали задание умножить число А на число В. Саша случайно заменил в числе А последнюю цифру с 7 на 2 и получил в результате умножения 418. Марина же ошиблась при записи предпоследней цифры числа А: вместо 2 написала 3 и получила в результате умножения 703. Найдите значение числа В.

3-5. (3 балла)

Ваня написал на доске 11 идущих подряд натуральных чисел. Сумма первых трех из них оказалась равна 63. Чему равно наибольшее число, написанное Ваней?

3-6. (3 балла)

Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на две не обязательно равные части, из которых



затем сложите прямоугольник 6×5 . В ответе приведите разрезание и покажите, как сложить прямоугольник. Резать разрешается только по линиям сетки.

				2	
				v	
		>		>	4
v			v		
		>	1		
v				^	
	<	2			>
^		v		v	
			5	3	2

3-7. (3 балла)

Расставьте в каждую клетку на рисунке цифры от 1 до 5 так, чтобы выполнялись

неравенства. Кроме того, в каждой строке и каждом столбце каждая цифра должна встречаться ровно один раз.

3-8. (3 балла)

На прямой отмечено несколько точек так, что среди расстояний между ними встречаются 1 см, 2 см, 3 см, 4 см, 5 см, 6 см, 7 см и 8 см. Какое наименьшее количество точек может быть отмечено? В ответе приведите не только количество точек, но и покажите, как они должны располагаться на прямой и какие расстояния должны быть между ними.

4-1. (4 балла)

Буквами А, В, С и D заменили некоторые цифры (не обязательно различные). Найдите сумму $A + B + C + D$. Необходимо найти все возможные ответы.

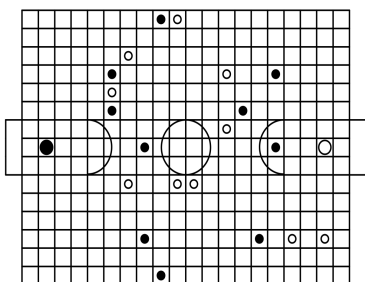
		A	B	C	
	x		D	4	
		4	9	2	
	+	.	.	.	
	6	6	4	2	

4-2. (4 балла)

Рост Саши – 184 сантиметра, а длина его бороды – 8 сантиметров. Саша решил провести эксперимент и начал отращивать бороду. За год борода вырастает на 14 сантиметров, а сам Саша – на 2 сантиметра. Помогите Саше выяснить через сколько лет его борода коснется пола, если длина его головы неизменна и равна 20 сантиметрам, а борода растет с самого низа головы.

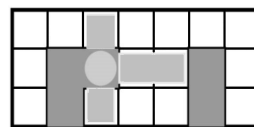
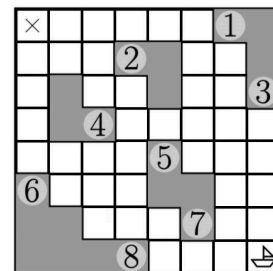
4-3. (4 балла)

Две футбольные команды играли между собой: одна команда была в белой форме, а другая в черной (игроки команд обозначены соответствующими кружочками на рисунке). Справа – ворота белых, а ближайший к ним игрок – вратарь белых. Изначально мяч у него. Любой игрок может отдать передачу игроку своей команды в любом из 8 направлений: по вертикали, горизонтали или диагонали клетки, но при условии, что на пути мяча нет игрока соперника. Покажите, как белые могут разыграть комбинацию, начиная с вратаря, так, чтобы каждый игрок белых коснулся мяча ровно 1 раз и в итоге мяч оказался в воротах черных.



4-4. (4 балла)

Таня отправилась в путешествие на корабле и заблудилась. Ее корабль находится в правом нижнем углу таблицы, как показано на рисунке справа. Маша отправилась спасать подругу. На рисунке серыми клетками отмечена суша, в некоторых клетках которой стоят маяки (клетки с маяками отмечены цифрами от 1 до 8). Маяк светит в четырех направлениях и покрывает все клетки на своем пути, пока не достигнет суши (как показано на рисунке слева). Маша может включить не более трех маяков, а Таня, в свою очередь, может передвигаться только на соседнюю по стороне клетку и только тогда, когда и клетка, в которой находится корабль, и соседняя с ней освещены маяком. Покажите, какие маяки должна включить Маша, чтобы осветить Тане путь до левой верхней клетки (отмечена x)?



4-5. (4 балла)

Олег задумал некоторое число и сказал Ване следующие 7 высказываний:

- Задуманное число меньше 23.
- Задуманное число меньше 25.
- Задуманное число меньше 27.
- Задуманное число меньше 29.
- Задуманное число делится на 2.
- Задуманное число делится на 3.
- Задуманное число делится на 5.

Известно, что ровно 4 высказывания Олега оказались правдой. Какое наибольшее число мог задумать Олег?

4-6. (4 балла)

10 уток выстроились в круг на места, пронумерованные от 1 до 10 по часовой стрелке. Они начали меняться местами по следующему правилу: сначала меняются местами утки на местах 1 и 2, затем меняются утки на местах 2 и 3, ..., в конце концов меняются местами утки на местах 10 и 1. Далее смены повторяются в таком же порядке, как описано выше (то есть, после смены уток на местах 10 и 1 снова поменяются местами утки на местах 1 и 2). Через какое наименьшее количество смен все утки окажутся на тех же местах, на которых были изначально?

4-7. (4 балла)

Назовем заполнение квадрата 4×4 *идеальным*, если в каждой клетке содержится какая-то цифра от 0 до 9, каждая цифра содержится в хотя бы одной клетке и сумма цифр во всех строках и столбцах одинаковая. Приведите хотя бы одно *идеальное* заполнение квадрата, в котором сумма цифр во всех строках и столбцах минимально возможная.

4-8. (4 балла)

A, B и C – три двузначных числа. Число единиц в числе A равно 7, число единиц в числе B равно 5, а число десятков в числе C равно 3. Также известно, что $A \times B + C = 2025$. Найдите все возможные значения суммы $A + B + C$.

5-1. (5 баллов)

На круговом шоссе есть три преграды: мост, пересечение которого стоит 1 доллар, туннель, проезд по которому стоит 3 доллара и пролив, пересечение которого на пароме стоит 5 долларов. Саша сел в машину и начал кататься по шоссе по кругу в направлении часовой стрелки. В какой-то момент он обнаружил, что суммарно заплатил ровно 130 долларов. Сколько долларов он должен заплатить за преодоление следующего препятствия? Найдите все варианты.

5-2. (5 баллов)

Семья из 2 больших и 5 маленьких осьминогов направляется домой с прогулки. Только один из них помнит путь домой, поэтому они решили сцепиться щупальцами, чтобы образовать одну единую группу. Чтобы сцепиться, двум осьминогам требуется соединиться хотя бы одной щупальцей. Большие осьминоги могут нести 3 жемчужины свободной щупальцей, а маленькие – всего 1. Какое наибольшее количество жемчужин семья может принести домой?

Примечание: у каждого осьминога 8 щупалец.

5-3. (5 баллов)

Город состоит из 49 районов как показано на рисунке (каждая клетка – отдельный район). В городе орудуют несколько бандитских группировок, каждая из которых контролирует ровно 1 район, причем никакие две группировки не контролируют районы, которые имеют общую границу по стороне. Также, в городе есть 5 полицейских участков, каждый из которых обозначен числом на рисунке (никакая бандитская группировка не может контролировать район, в котором есть полицейский участок). Число обозначает количество группировок, которые находятся в том же столбце или строке, что и полицейский участок. Сколько всего бандитских группировок может быть в городе? Найдите все ответы.

						3
		5				
	8					
					1	
				4		

5-4. (5 баллов)

Алим написал в трех клетках квадрата 3×3 числа 2, 16 и 20 как показано на рисунке.

<i>a</i>	16	20
2		

Дина хочет дозаполнить оставшиеся клетки числами так, чтобы все 8 сумм (в трех строках, трех столбцах и двух главных диагоналях) были одинаковые. Какие числа Дина может написать в левой верхней клетке квадрата, обозначенной буквой “*a*”?

5-5. (5 баллов)

Айдар написал на доске число, после чего вычеркнул из него одну из его цифр и получил второе число. Оказалось, что сумма двух чисел Айдара равна числу, которое получится, если записать сегодняшнюю дату без точек: 8022025. Какое число мог написать Айдар изначально? Найдите все ответы.

5-6. (5 баллов)

После недавнего нахождения клада капитан Крюк проворовался, поэтому экипаж сверг его и решил выбрать нового капитана из четырех кандидатов: Алиса, Барнс, Вердин и Грунд. Каждый член экипажа проголосовал за двоих разных кандидатов (кандидатам запрещено голосовать за себя). Алиса получила 1 голос, Барнс – 26, а Вердин – 3. Сколько голосов мог получить Грунд? Найдите все ответы.

5-7. (5 баллов)

Костя выбрал 2 свои любимые цифры и составил два числа, используя только выбранные цифры (цифры можно использовать несколько раз). У него получилось два натуральных числа, которые в сумме дают ровно 10000. Какие пары цифр могут быть любимыми у Коли? Найдите все варианты.

5-8. (5 баллов)

В олимпиаде по математике принимали участие 100 школьников. Всего им было предложено 4 задачи, но известно, что никто так и не смог решить все 4 задачи. Также, известно, что первую задачу решили 90 школьников, вторую – 80, третью – 70, а четвертую – 60. Сколько школьников могли решить и третью, и четвертую задачи? Найдите все возможные ответы.