

3-1. (3 балла)

Сегодняшняя дата записанная в формате ДД.ММ.ГГ обладает следующим свойством: если число дня умножить на число года и поделить на число месяца, то получится квадрат натурального числа ($8 \times 25 / 2 = 100 = 10^2$). Сколько дат, обладающих таким же свойством, будет в 2026 году?

3-2. (3 балла)

Саше и Марине дали задание умножить число А на число В. Саша случайно заменил в числе А последнюю цифру с 7 на 2 и получил в результате умножения 418. Марина же ошиблась при записи предпоследней цифры числа А: вместо 2 написала 3 и получила в результате умножения 703. Найдите значение числа В.

3-3. (3 балла)

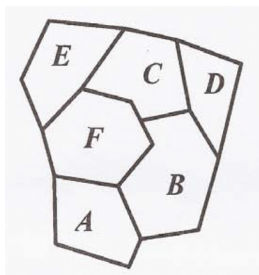
Пятеро друзей отправились на рыбалку, но забыли, кто сколько рыб поймал. Петя помнит, что поймал больше всех рыб, причем он поймал в три раза больше рыб, чем Емеля, который поймал меньше всех. Также, Петя запомнил, что суммарно ребята поймали 31 рыбу, причем не было двух ребят, которые поймали бы одинаковое число рыб. Вася помнит, что поймал меньше Пети, но больше всех остальных. Сколько рыб мог поймать Вася? Найдите все ответы.

3-4. (3 балла)

Назовем число *первобытным*, если его можно представить в виде $pqr + 1$, где p , q и r – три попарно различных простых числа. Найдите ближайшее к 360 *первобытное* число (то есть такое *первобытное* число n , что $|360 - n|$ минимально).

3-5. (3 балла)

На рисунке показана карта, на которой изображены шесть регионов некоторой страны (обозначены буквами А, В, С, D, E и F). У Антона есть 5 карандашей разных цветов, которыми он хочет покрасить регионы так, чтобы регионы, имеющие общую границу, не были покрашены в один цвет. Сколькими способами он может это сделать, если ему не обязательно использовать все цвета?



3-6. (3 балла)

Ваня подарил Алисе на день рождения 27 одинаковых белых кубиков $1 \times 1 \times 1$. Она сложила из этих кубиков большой кубик $3 \times 3 \times 3$, после чего выбрала 3 его грани, имеющие общую вершину, и покрасила их в красный цвет. После того, как краска высохла, Алиса пересобрала кубик и вновь покрасила 3 грани, имеющие общую вершину. Какое наибольшее количество маленьких кубиков $1 \times 1 \times 1$ могут иметь хотя бы 3 красные грани после проделанных операций?

3-7. (3 балла)

Замените каждую звездочку в выражении на одну из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 или 8 (каждую цифру можно использовать лишь один раз) так, чтобы выражение стало верным:

$$\frac{*}{*} + \frac{*}{*} = \frac{*}{*} + \frac{*}{*}$$

3-8. (3 балла)

На рисунке показана карта океана размера 6×6 , где клетками А, В и С отмечены острова, а остальные клетки – вода. В каждой из водных клеток ветер дует в одном из четырех направлений: вправо, влево, вниз или вверх. Корабль перемещается в соседнюю по стороне клетку в соответствии с направлением ветра в его текущей клетке. Известно, что корабль из клетки Х доплыл до клетки В, не выходя за пределы карты, а корабль из клетки Y доплыл до клетки С (когда корабль доплывает до клетки, являющейся островом, он садится на мель и больше никуда не плывет). Из какого наибольшего количества **водных** клеток может быть возможно добраться до клетки А?

						В
						А
Y						
		X				С

4-1. (4 балла)

Сумма 888 идущих подряд натуральных чисел равна квадрату натурального числа. Найдите минимально возможное значение наименьшего из 888 чисел.

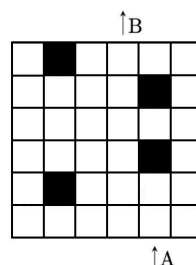
4-2. (4 балла)

Дан треугольник ABC, в котором $\angle BAC = 60^\circ$. Точки X, Y, Z лежат на сторонах BC, AC, AB соответственно. Оказалось, что $BZ = ZX = XY = YC = 2$. Найдите длину отрезка ZY.

4-3. (4 балла)

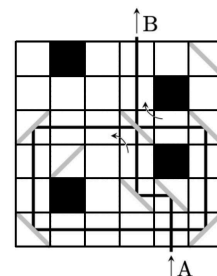
В большом резервуаре с нефтью образовалась течь, откуда нефть вытекает с постоянной скоростью. Чтобы восстановить резервуар, рабочим сначала необходимо откачать всю нефть. Если они будут использовать 20 насосов, то откачают всю нефть за 5 часов. Если же они будут использовать 15 насосов – за 6 часов. Начальник дал рабочим 10 часов и приказал использовать как можно меньше насосов. Какое минимальное число насосов необходимо использовать рабочим, чтобы откачать всю нефть за 10 часов?

4-4. (4 балла)



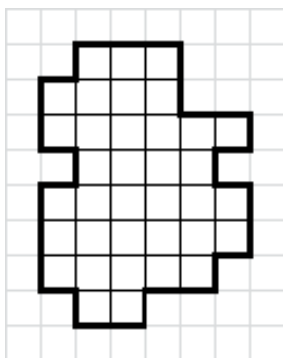
На рисунке слева показан план комнаты, представляющей собой квадрат 6×6 , где 4 закрашенные клетки – столбы. В каждой незакрашенной клетке Алиса может расположить не более одного зеркала вдоль одной из двух диагоналей. Ее задача, чтобы луч света, исходящий из

точки A в направлении указанной стрелки, отразился от как можно большего количества зеркал и вышел из комнаты в точке B вдоль указанной стрелки. На рисунке справа показана возможная расстановка зеркал. Какое наибольшее количество зеркал (от которых луч отразится хотя бы единожды) может использовать Алиса и как ей это сделать?



4-5. (4 балла)

Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на 6 равных частей. Резать разрешается только по линиям сетки.



4-6. (4 балла)

Шестизначное число называется *красивым*, если сумма первых трех цифр числа равна сумме трех последних цифр числа. Шестизначное число называется *элегантным*, если сумма цифр на четных позициях равна сумме цифр на нечетных позициях. Найдите количество шестизначных чисел, которые и *красивые*, и *элегантные*.

4-7. (4 балла)

В олимпиаде по математике принимали участие 100 школьников. Всего им было предложено 4 задачи, но известно, что никто так и не смог решить все 4 задачи. Также, известно, что первую задачу решили 90 школьников, вторую – 80, третью – 70, а четвертую – 60. Сколько школьников могли решить и третью, и четвертую задачи? Найдите все возможные ответы.

4-8. (4 балла)

Дробь $\frac{221}{210}$ была получена в результате сложения трех дробей, каждая из которых меньше 1 и в несократимом виде имеет положительный числитель и положительный знаменатель меньше 10. Какие три дроби были сложены? Найдите все возможные ответы.

5-1. (5 баллов)

Три пирата играли в карты на монеты. Изначально соотношение количества монет у пиратов было равно 7:6:5. После нескольких раундов игры, соотношение стало 6:5:4 (порядок пиратов тот же, общее количество монет в течение игры не менялось). Известно, что один из пиратов увеличил свое состояние на 12 монет. Сколько суммарно монет у пиратов?

5-2. (5 баллов)

Фея находится в левом нижнем углу таблицы 5×5 и хочет добраться в правый верхний угол. За один шаг фея может переместиться в соседнюю клетку в любом из четырех направлений (не выходя за пределы доски): вправо, влево, вниз или вверх. Чтобы фея не утратила свою магию, ей нельзя, чтобы среди любых трех идущих подряд шагов было два в одинаковом направлении. Какое наименьшее число шагов нужно сделать фее, чтобы добраться в правый верхний угол?

5-3. (5 баллов)

Внутри квадрата $ABCD$ выбрали точку P так, что $\angle CDP = 19^\circ$ и $\angle PAB = 52^\circ$. Найдите значение $\angle PBC$.

5-4. (5 баллов)

Трое друзей, Атос, Портос и Арамис, стреляли из лука по круглой доске. Каждый выпустил по 5 стрел, которые приземлились на разном расстоянии от центра доски. Стрела игрока приносит столько очков, сколько стрел у его соперников находится дальше от центра доски, чем эта стрела. Атос набрал 19 очков, Портос – 27. Сколько очков набрал Арамис во время игры?

5-5. (5 баллов)

У Давида есть по одному квадрату со сторонами 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 и 18. Он хочет сложить из них какой-нибудь прямоугольник, используя все квадраты, которые у него есть. Прямоугольники каких размеров он может сложить и как ему это сделать?

5-6. (5 баллов)

Числа A и B обладают следующим свойством: каждая цифра числа, кроме первой, больше, чем цифра слева от неё. Кроме того, $A^2 = B$, и B – шестизначное число. Чему может быть равно число A ? Найдите все ответы.

5-7. (5 баллов)

Поле боя представляет собой квадрат 13×13 , в одной из клеток которого расположен вражеский танк. За один выстрел разрешается поразить любую клетку поля. Известно, что чтобы уничтожить вражеский танк, нужно попасть по нему дважды. Но после первого попадания вражеский танк передвинется в какую-то из соседних по стороне клеток. Изначально неизвестно, где именно находится вражеский танк. Кроме того, он не подаст никаких сигналов после попадания по нему. Какое наименьшее число выстрелов нужно совершить, чтобы гарантированно уничтожить вражеский танк?

5-8. (5 баллов)

В коробке лежат 180 шариков нескольких цветов. Известно, что шариков каждого цвета одинаковое количество. Ильнур не видит ничего внутри коробки (то есть, он не видит, каких цветов шарики лежат внутри и знает лишь их количество), но может вытаскивать шарики из коробки по одному (и тогда он увидит цвет шарика). Какое минимальное число шариков нужно достать Ильнуру, чтобы **гарантированно** определить, сколько различных цветов представлено внутри коробки?