

1. (2 балла)

Олег потратил половину карманных денег на обед, а другую половину на игрушку. На следующий день ему дали на 10% больше карманных денег, и он потратил на обед на 21% больше. Какой процент карманных денег он потратил на обед в этот раз?

2. (2 балла)

На планете Куб, имеющей форму куба, каждой гранью владеет рыцарь или лжец. Каждый из них утверждает, что не менее двух из его соседей – лжецы. Сколько рыцарей и сколько лжецов владеют гранями планеты? Найдите все варианты.

3. (2 балла)

У Надира есть 2025 пар кроссовок, из них две трети красного цвета, а остальные – белого. Кроме того, $\frac{3}{5}$ от количества пар – фирмы Gucci, а остальные $\frac{2}{5}$ от количества пар – фирмы Nike. Какое наименьшее количество пар кроссовок Gucci могут быть красного цвета?

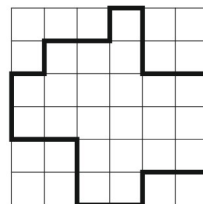
4. (2 балла) Переходная

В ряд выписывают натуральные числа, причем каждое следующее, начиная с третьего, равно произведению двух предыдущих. Шестое число в ряду равно 4000. А чему равно пятое число в ряду?

5. (3 балла)

Сумма 25 подряд идущих четных чисел равна 10000. Чему равно наибольшее из этих 25 чисел?

6. (3 балла)



Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на две равные части по линиям сетки.

7. (3 балла)

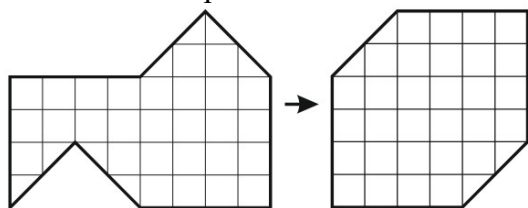
Расставьте по кругу 8 различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 25, так, чтобы любые два соседних числа отличались на 5 или на 7.

8. (3 балла) Переходная

Найдите наибольшее семизначное число, которое можно получить, записав подряд несколько (больше одной) различных степеней двойки.

9. (4 балла)

Разрежьте фигуру слева на две равные части, из которых сложите фигуру справа. Покажите на рисунке как разрезать и как сложить. Резать можно по сторонам и по диагоналям клеток.

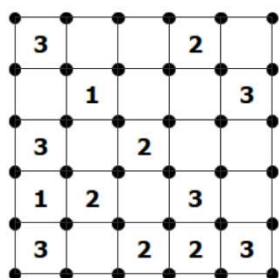


10. (4 балла)

Сколько всего существует различных четырехзначных чисел с ненулевыми цифрами, у которых любые две цифры отличаются не меньше, чем на 2?

11. (4 балла)

Нарисуйте забор — замкнутую ломаную, соединяющую точки по линиям сетки. Линия не может касаться и пересекать сама себя. Числа в клетках показывают, сколько сторон клетки принадлежит забору.



12. (4 балла) Переходная

Арсений расставил в клетки квадрата 9×9 числа 1, 2, ..., 81 по одному разу. После этого Федя посчитал количество рядов (строк и столбцов), в которых произведение чисел делится на три. Какое наименьшее число могло получиться у Феде?

13. (5 баллов)

Трехзначное \overline{abc} число называется *февральским*, если оно удовлетворяет следующим условиям:

\overline{abc} не оканчивается на 0.

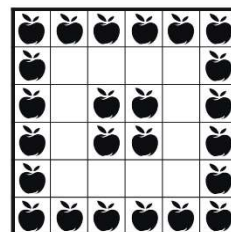
\overline{abc} кратно 36.

$\overline{abc} - \overline{cba}$ положительно и кратно 36.

Найдите все февральские числа.

14. (5 баллов)

В клетках квадрата 6×6 есть 24 яблока как показано на рисунке. Алиса ходит по квадрату, переходя из клетки в клетку, соседнюю с ней по стороне, не посещая никакую клетку дважды. Она может начать и закончить в любой клетке. В каждой строке и столбце Алиса посетила не более 3 клеток. Какое максимальное количество яблок она могла собрать?



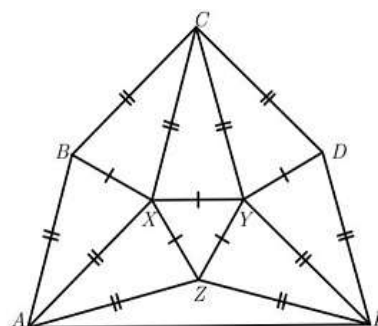
15. (5 баллов)

Расставьте на доске 8×8 14 ферзей так, чтобы каждый из них бил не более двух других.

16. (5 баллов) Переходная

Найдите значение

$\angle BAE$. (Отрезки, отмеченные одинаковым количеством палочек считать равными).



17. (6 баллов)

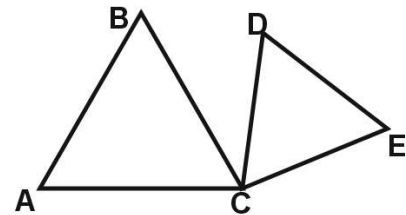
У Артура есть 50 тугриков и число 0. За 1 тугрик можно прибавить к числу 1. За 10 тугриков можно умножить число на 2 или поменять порядок цифр на обратный (например из числа 285 получить число 582). Какое наибольшее число может получить Артур?

18. (6 баллов)

Пусть A и B натуральные числа, удовлетворяющие следующему условию $\frac{A}{A-2} = \frac{B+202}{B+2008}$. Найдите максимальное значение $\frac{A}{B}$.

19. (6 баллов)

Если отношение числа N к его сумме цифр равно точному квадрату или простому числу, назовём N запутанным. Например, числа $2022=(2+0+2+2) \times 337$, $2023=(2+0+2+3) \times 17^2$ и $2025=(2+0+2+5) \times 15^2$ – запутанные, а число $2024=(2+0+2+4) \times 11 \times 23$ – не запутанное. Найдите два следующих ближайших после 2025 запутанных числа.

20. (6 баллов)

Два неравных равнобедренных треугольника имеют общую вершину C . Найдите угол между прямыми AD и BE .

21. (7 баллов)

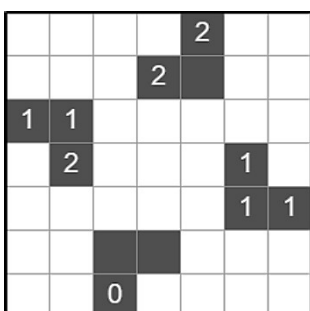
Дано $2 \leq n \leq 2025$. Изначально на доске написаны два натуральных числа a и b с суммой n . За один ход два числа x и y ($x \leq y$) стираются, а вместо них на доске записываются числа $2x$ и $y-x$. Сколько существует n , при которых вне зависимости от того, какие числа были написаны вначале, на доске появится 0?

22. (7 баллов)

Пусть a, b, c, d вещественные числа, такие что $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$ и $ac + bd = 0$. Найдите все возможные значения выражения $ab + cd$.

23. (7 баллов)

Расставьте ладей в белые клетки так, чтобы они били все белые клетки доски и не били друг друга. Ладья не может бить сквозь черную клетку. Число в черной клетке означает какое количество ладей стоит в соседних с ней по стороне белых клетках.



Ладья не может бить сквозь черную клетку. Число в черной клетке означает какое количество ладей стоит в соседних с ней по стороне белых клетках.

24. (7 баллов)

Есть ряд из 9 чисел: три «1», три «2» и три «3». Известно, что никакие два одинаковых числа не стоят рядом. Приведите пример такого ряда, что при удалении любых двух соседних чисел ряд можно было однозначно восстановить. (Видно, на каких местах удалены числа)